

化照片；按爆堆拍照比例和标准化照片上的平均块度估算爆堆平均块度 \bar{x} ，爆堆的均匀指数则与对应的标准化矿堆相等。

标准照片匹配对比法具有使用方便、迅速而直观的特点，只需进行爆堆拍照取样和简单比例计算就可确定被测爆堆的块度分布，省去了许多概率推断和修正工作，但这也正是测定精度难以提高的原因所在。

由于该方法的突出特点是目测，其精度主要与照片中目的比例和观测者的判读有关，所以，观测时的人为因素很大。若判断有误，将产生一个组别的误差。然而，为减少判断失误而采用大比例照片，可是拍摄数量又剧增，这就需要解决比例尺与测定精度的关系问题。

另一方面，各标准化矿堆间的均匀指数始终存在一定的差值，这也是造成估测误差的主要原因。当 n 在 0.5 ~ 2.0 之间划分的组别减小时，估测的块度分布与实际分布间的误差就增大。实际的爆堆块度分布不可能完全同标准化矿堆相匹配，即使判断误差消除了，二者间总有差异。因此，用匹配法估测出的爆堆块度可用于对爆破效果做定性分析，能否用于定量分析以解决诸如爆破块度理论模型建立、爆破参数优化等问题还未见报道。

综上所述，从爆堆表（断）面上岩块组成的几何信息推断其空间体积的概率问题，仅仅通过相关分析、回归分析等手段将平面分布与空间分布联系起来，缺少必要的统计基础。而且在将平面上的块度分布修正为空间分布时，必须以各爆堆的抽样筛分结果为标准，这给实际应用带来极大不便。

从统计角度分析，爆堆表面或断面上所反映出来的岩块大小与爆堆的块度分布有关，它们之间存在一定的概率关系。某岩块被随机测线截出的线段长度还与该岩块的大小和形状有关。本章正是要研究和确定这些关系，并在此基础上，提出一种测定爆堆块度的新方法。

（二）测定爆堆块度的体视概率算法

1. 体视概率算法的基本观点

图 1-2-36 是一棱长为 a 的正四面体，用一条垂直于底面的随机测线 L_j 穿过四面体，设 l_j 为测线与四面体相截得到的线段长度， l_j 将不大于四面体的高 $h = 3a/4$ 。若用另一条平行于 L_i 的测线 L 穿过四面体，用立体几何的方法，可以求得 L 穿过四面体所截出的线段 $l \geq l_j$ 的概率为：

$$P(l \geq l_j) = \left(1 - \frac{4}{3a}l_j\right)^2 \quad (0 \leq l_j \leq 3a/4)$$

上式表明，用随机测线穿过四面体，得到的截线长度服从一定的概率分布。由上式可求得：

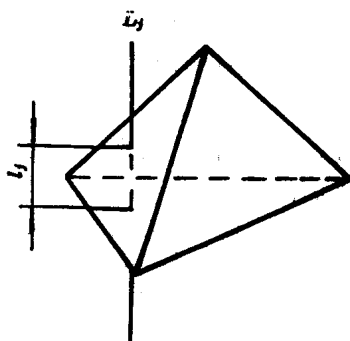


图 1-2-36 测线穿过正四面体示意图

$$P(0 \leq l \leq 3a/8) = 3/4$$

$$P(3a/8 \leq l \leq 3a/4) = 1/4$$

这说明随机测线截出小尺寸线段的概率比截出大尺寸线段的概率大得多。以上按四面体来说明这种概率关系的存在，对于其它形状的多面体，虽然它们的截长分布上式不同，但仍然存在一定的概率关系。

在爆堆表（断）面上，测线与岩块相交截出长度为 l 的线段数量的多少，还与爆堆中尺寸大于 l 的岩块所占比例有关，即是说，从表（断）面上用测线截出的这些线段，都是尺寸大于 l 的岩块所做的贡献，二者之间同样存在某一概率关系。

进一步分析知，多条随机测线穿过爆堆所截出的所有线段的尺寸分布主要与以下三个因素有关：

- (1) 爆堆岩块的块度分布；
- (2) 随机测线能穿过各级块度的岩块的概率（大岩块多，截出的大尺寸线段的比例大）；
- (3) 同一块度等级的岩块被随机测线截出的线段的尺寸分布。

通过上述分析，我们应用体视学原理，提出了由表（断）面所截得的线段的尺寸分布计算爆堆块度组成的新方法——体视概率算法，其基本观点是：假定爆堆中各等级岩块呈随机均匀分布，用等体积球直径近似岩块尺寸，将随机测线与岩块边界相交截出的线段长度视为等体积球的弦长，利用测线上不同尺寸的弦长数量密度，通过概率方法计算不同等级岩块的空间数量密度，最终确定出各级岩块的体积含量。

2. 岩块尺寸的近似表征

爆破岩块的几何形状是不规则的，为了便于从统计角度分析断面上的截线长度与空间岩块尺寸的概率关系，有必要以某一规则形状的尺寸去近似表征实际的岩块尺寸。这种近似的结果将产生一定的误差，下面考察在近似岩块尺寸时造成的平均投影长度的误差范围。

用等体积球的直径近似岩块尺寸是最方便的方法，但由于相同体积的各种形状块体中，以球的平均切直径最小。所以，用等体积球直径近似时，对岩块尺寸会造成过低估计。

设岩块体积为 V ，则等体积球的平均直径 \overline{D} 为：

$$\overline{D} = 2\left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{1/3} \approx 1.241 V^{1/3}$$

爆破岩块多可视为不规整的六面体、八面体和十二面体等，表 1-2-13 列出了四种块体形状（各块体的棱长均为 a ）的体积（ V ）、平均投影长度（ \overline{D}_F ）、等体积球直径（ \overline{D} ）及其相对误差。

表 1-2-13 四种形状块体的平均投影长度与等体积球直径

块体形状	体积(V)	平均投影长度 (\overline{D}_F)	等体积球直径 (\overline{D})	相对误差(%) ($\overline{D}_F - \overline{D}$) $\sqrt{\overline{D}_F}$
立 方 体	a^3	$1.500a$	$1.241a$	17.3
八 面 体	$0.471a^3$	$1.175a$	$0.966a$	17.8
平 截 八 面 体	$11.314a^3$	$3.000a$	$2.786a$	7.1
五边形十二面体	$7.663a^3$	$2.643a$	$2.446a$	7.5

由表 1-2-13 知，用等体积球直径近似表征各形状块体投影长度的相对误差都在 20% 以内，并且对于高次多面体，其相对误差均小于 8%。

马鞍山矿山研究院对南芬铁矿不同块度的岩块尺寸进行了统计，按包络六面体计算出岩块三个相互垂直方向的校长均值分别为 $1.5a$ 、 $0.8a$ 和 a ，由此得到平均投影长度为 $1.65a$ ，其等体积球直径 $1.32a$ ，用等体积球直径近似岩块投影长度的相对误差不超过 20%。桦子峪镁矿的矿块棱长均值分别为 $1.32a$ 、 $0.78a$ 和 a ，平均投影长度 $1.55a$ ，等体积球直径 $1.25a$ ，近似表征的相对误差为 19.4%。

由于爆破岩块的实际形状大多属于高次多面体，用等体积球直径近似的误差将大大减小。此外，从岩块筛分分级考虑，岩块的块度尺寸是由它能通过的最小筛孔直径（边长）确定，即：岩块所有方向的投影长度（每个投影方向取最大值）的最小值才是岩块尺寸，岩块块度在统计意义上小于其平均投影长度，因而等体积球直径更接近岩块尺寸。另一方面，考虑到块度分布的相对性，在各级岩块形状相似的条件下，用等体积球直径近似所产生的误差对计算结果的影响并不显著（关于这一点在后面的推导中可以证实）。所以，在计算爆堆块度时，可用等体积球直径近似等于岩块块度，爆堆断面上测线与岩块边界相交获得的截线长度，则认为是等体积球的弦长。

3. 球体弦长的概率分布

利用断面上随机测线所截得断面圆的弦长分布建立颗粒尺寸分布的方法最早是由 Spektor 提出的，后来 Cahn 等人发展了数学分析解。

一个半径为 R 的球用一根随机测线 L_j 穿过所截得的弦长 l_j 的长短，取决于这条弦离开球心的距离 d_j ，如图 1-2-37 示。 l_j 与 d_j 的关系为：

$$l_j = \sqrt{R^2 - d_j^2} \tag{1-2-110}$$

从图 1-2-37 看出，若用平行于 L_j 的测线穿过球体，当其投影点落在影线面积（ πd_j^2 ）范围内时，截出的弦长 l 一定比 l_j 大。显然，随机测线穿过球体获得弦长 $l > l_j$ 的概率

为：

$$P(l \geq l_j) = \frac{\pi d_j^2}{\pi R^2} = \frac{d_j^2}{R^2} \quad (1-2-111)$$

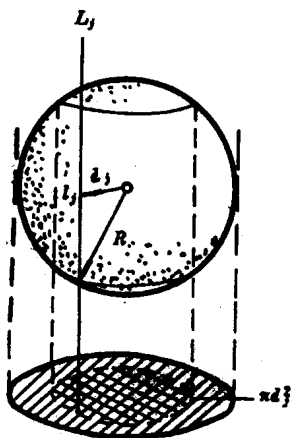


图 1-2-37 弦长 l_i 与弦对球心距离 d_j 的联系

将 (1-2-110) 式代入 (1-2-111) 式，并以球直径 $D = 2R$ 代入，1-2-111 式变为：

$$P(l \geq l_j) = \frac{D^2 - l_j^2}{D^2} \quad (1-2-112)$$

同理，随机测线截出弦长 l 大于 l_{j-1} ($l_{j-1} < l_j$) 的概率为：

$$P(l \geq l_{j-1}) = \frac{D^2 - l_{j-1}^2}{D^2} \quad (1-2-113)$$

所以，弦长 l 在 $l_{j-1} \sim l_j$ 之间的概率为：

$$P(l_{j-1} \leq l \leq l_j) = \frac{l_j^2 - l_{j-1}^2}{D^2} \quad (1-2-114)$$

若弦长以等间距分组，组距为 d_l ，则 (1-2-114) 式可写为：

$$\begin{aligned} P(l)dl &= \frac{[l^2 - (l - dl)^2]}{D^2} \\ &= \frac{2ldl - (dl)^2}{D^2} \end{aligned}$$

当 $dl \rightarrow 0$ 时，得到弦长的概率密度函数：

$$f(l) = \begin{cases} 2l/D^2 & l \leq D \\ 0 & l > D \end{cases} \quad (1-2-115)$$

上式给出了同一块度等级的岩块被随机测线截出的线段的尺寸分布。

4. 球体空间数量密度与其弦长数量密度的关系

在尺寸不同的球体系统中，随机测线和某一种尺寸（直径为 D ）的球截出的所有弦长数量密度 $N_L(D)$ （单位测线长度上弦的个数）与这类球体的空间数量密度 N_V

(D)(单位体积内球的个数)有如下关系:

$$N_L(D) = N_V(D) \bar{A} \quad (1-2-116)$$

式中: \bar{A} ——球的投影面积, $\bar{A} = \pi D^2/4$ 。

由(1-2-115)式和(1-2-116)式得到直径为 D 的球体被随机测线穿过, 截得长度在 $l \sim (l + dl)$ 范围内的弦长数量密度 $N_L(l, D)$ 由下式给出:

$$\begin{aligned} N_L(l, D) dl &= N_V(D) f(l) dl \\ &= \frac{N_V(D) \pi l dl}{2} \end{aligned} \quad (1-2-117)$$

球体系统中, 各种尺寸的球都符合上式的关系, 故对所有尺寸的球按(1-2-117)式求和, 得到随机测线穿过球体系统后获得尺寸在 $l \sim (l + dl)$ 范围的弦长数量密度:

$$N_L(l) dl = \frac{\pi}{2} l dl \int_l^\infty N_V(D) dD \quad (1-2-118)$$

这里, 积分限取 $l \sim \infty$ 是由于只有直径 $D \geq l$ 的球才有可能截出长度为 l 的弦。

(1-2-118)式解决了随机测线穿过各种块度的岩块的概率问题。

由于(1-2-118)式中的积分项表示直径在 $l \sim \infty$ 范围的所有球体的空间数量密度, 即有:

$$(N_V)_l^\infty = \int_l^\infty N_V(D) dD$$

而 $N_L(l)$ 可近似表示为:

$$N_L(l) dl \approx (N_L)_{l-\frac{\Delta}{2}}^{+\frac{\Delta}{2}}$$

式中, $(N_L)_{l-\frac{\Delta}{2}}^{+\frac{\Delta}{2}}$ 为测线穿过球体系统获得长度在 $(l - \frac{\Delta}{2}) \sim (l + \frac{\Delta}{2})$ 范围的弦长数量密度, $\Delta = dl$ 。当 Δ 值很小时, (1-2-118)式改写为:

$$(N_V)_l^\infty = \frac{(N_L)_{l-\frac{\Delta}{2}}^{+\frac{\Delta}{2}}}{\pi l \Delta}$$

由此得到直径在 $l_1 \sim l_2$ 范围内的球体的空间数量密度:

$$\begin{aligned} (N_V)_{l_1}^{l_2} &= (N_V)_l^\infty - (N_V)_{l_2}^\infty \\ &= \frac{2}{\pi \Delta} \left[\frac{(N_L)_{l_1-\frac{\Delta}{2}}^{+\frac{\Delta}{2}}}{l_1} - \frac{(N_L)_{l_2-\frac{\Delta}{2}}^{+\frac{\Delta}{2}}}{l_2} \right] \end{aligned}$$

若把球体按大小分组(分为 t 组), 组距 $\Delta = D_{\max}/t$, 第 i 组球直径的名义尺寸为 $i\Delta$, 其尺寸范围为 $(i-1/2)\Delta \sim (i+1/2)\Delta$ 。断面上的弦长也分为 t 组, 因最大弦长只能是 D_{\max} , 所以, 组距也为 Δ 。第 j 组弦长的尺寸范围为 $(j-1)\Delta \sim j\Delta$, 从而得到第 i 组球的空间数量密度:

$$\begin{aligned} N_V(i) &= (N_V)^{j+(\Delta/2)i - \Delta/2} \\ &= \frac{2}{\pi \Delta} \left[\frac{(N_L)_{(i-1/2)\Delta}^{\Delta}}{(i-1/2)\Delta} - \frac{(N_L)_{(i+1/2)\Delta}^{i+1\Delta}}{(i+1/2)\Delta} \right] \end{aligned}$$

其中, $(N_L)_{(i-1/2)\Delta}^{\Delta}$ 和 $(N_L)_{(i+1/2)\Delta}^{i+1\Delta}$ 正好是测线上第 $j=i$ 及 $j=i+1$ 组弦长的数量密度 $N_L(i)$ 和 $N_L(i+1)$, 则上式可写为:

$$N_V(i) = \frac{4}{\pi \Delta^2} \left[\frac{N_L(i)}{2i-1} - \frac{N_L(i+1)}{2i+1} \right] \quad (1-2-120)$$

上式得到了球体的空间数量密度与其弦长数量密度的关系。对于 (1-2-120) 式, 当 $N_V(i)$ 的计算值为负时, 表明该组级内的球体数为零, 即 $N_V(i) = 0$ 。

5. 爆堆块度组成的计算

按照以上分析结果, 将爆堆块度分为 t 级, 第 i 级的尺寸范围为 $(i-1/2)\Delta \sim (i+1/2)\Delta$, $i=1 \sim t$, 组距 $\Delta = x_m/t$ (x_m 为岩块最大块度), 第 i 级的名义尺寸 $x_i = i\Delta$ 。测线上的线段也分为 t 级, 组距为 Δ , 第 j 级的尺寸范围为 $(j-1)\Delta \sim j\Delta$ 。设爆堆体积为 V_0 , 则爆堆中岩块的总体积 V 为:

$$\begin{aligned} V &= \sum_{i=1}^t C_V x_i^3 [V_0 N_V(i)] \\ &= C_V V_0 \Delta^3 \sum_{i=1}^t [i^3 N_V(i)] \end{aligned} \quad (1-2-121)$$

式中: C_V ——岩块的体积形状系数, 因同类型岩体爆破后各级岩块形状具有相似性, C_V 为常数。

块度小于或等于 x_k (第 k 级) 的岩块体积 V_k 为:

$$\begin{aligned} V_k &= \sum_{i=1}^k C_V x_i^3 [V_0 N_V(i)] \\ &= C_V V_0 \Delta^3 \sum_{i=1}^k [i^3 N_V(i)] \end{aligned} \quad (1-2-122)$$

式中, $k=1 \sim t$ 。

块度小于或等于 x_k 的岩块体积占总体积的比率 y_k :

$$y_k = \frac{V_k}{V} = \frac{\sum_{i=1}^k [i^3 N_V(i)]}{\sum_{i=1}^t [i^3 N_V(i)]} \quad (1-2-123)$$

将 (1-2-120) 式代入 (1-2-123) 式得:

$$\begin{aligned} y_k &= \frac{\sum_{i=1}^k \{i \left[N_L(i)(2i-1) - N_L(i+1)(2i+1) \right]\}}{\sum_{i=1}^t \{i \left[N_L(i)(2i-1) - N_L(i+1)(2i+1) \right]\}} \\ &\quad (1-2-124) \end{aligned}$$

(1-2-124) 式即是体视概率算法测定爆堆块度组成的计算公式。

体视概率算法的取样方式与线段法相同, 但在按所截出的线段长度分级后, 不是计算各级内的线段长度和, 而是统计其线段数, 求出各级内单位测线长度的线段数 $N_L(i)$, 再用 (1-2-124) 式计算各块度级内的体积比。

由 (1-2-124) 式知, 爆堆块度组成的计算只与各块度级内的弦长数量密度有关, 不会因岩块形状不同而产生计算系数上的差异, 这是由于所计算出的块度分布是一相对含量。因此, 用等体积球直径近似岩块尺寸所产生的计算误差属于系统误差, 并不对块度组成的计算结果产生明显影响。但是, 若根据 (1-2-120) 式计算岩块的绝对含量, 这种系统误差则依然存在。

6. 体视概率算法的计算程序说明

我们根据体视概率计算法的原理,用 BASIC 语言编制了非常简单的计算程序。计算弦长数量密度的程序名为 NLM·BAS (见附录 B)。

(1) NLM·BAS 程序说明

AAA.DAT——测量出的弦长数据文件名;
 N ——弦长个数 (AAA.DAT 文件中的第一个数据);
 K ——块度分级数;
 L ——块度尺寸;
 $NL(i)$ ——第 i 级的弦长数量密度;
 TAR ——块度级间距。

(2) NLM·BAS 上机操作说明

- ①引入程序,键入 RUN 启动,显示“ $K = ?$ ”,询问分级数;
- ②输入数据后,运行显示“INPUT GRADE NUMBER $TAR = ?$ ”,询问块度级间距;
- ③键入数据后,运行计算至屏幕输出各块度级内的弦长数量密度 $N(i)$ 。

块度组成的计算程序名为 TS·BAS (见附录 C),在计算出弦长数量密度后,用该程序继续计算。

(1) 程序说明

N ——块度分级数;
 TAR ——块度级间距;
 $X(i)$ ——第 i 级块度的上限值;
 $Y1(j)$ ——第 j 级块度的相对含量;
 $Y(j)$ ——块度小于或等于 $X(j)$ 的岩块筛下累积率。

(2) TS·BAS 上机操作说明

- ①引入程序,分别将块度分级数和各块度级内的弦长数量密度(由小块度级至大块度级)写入 DATA 语句中;
- ②键入 RUN 启动,显示“INPUT THE PERIOD VALUE = ?”,询问块度级间距;
- ③输入数据后,运行显示“ENTER FILE NAME, ...”,若键入文件名(不含扩展名),如“***”,则小于或等于各块度级的岩块体积比率存入“***.dat”文件中,并显示各块度级内的岩块体积比率。若按“RETURN”键,则只屏幕显示计算结果直至运行结束。

(三) 体视概率计算法测定块度组成的级配验证

为了验证体视概率计算法测定块度组成的可靠性和准确程度,我们用 5~50 mm 的石灰岩碎块进行了室内级配试验。试验分两种方式进行:同块度级试验和不同级配组成试验,前者主要考察体视概率计算法是否引起“小化”和产生“小化”的大小,后者则考察体视概率计算法测定块度组成的准确度和误差范围,并与线段法的测定结果对比分析。

无论是同块度级试验还是级配试验,都采用垂直拍照方式取样,在取样面上放置比例尺和测线,且每组试验均分上、中两层拍照,以保证所取样本具有代表性,图 1-2-38 是级配试验的取样照片。用数字化仪和微机相联处理样本照片,将测线与岩块相

交截出的线段长度（弦长）数据存入计算机，并经前述的体视概率计算法程序计算出各组试验的测定结果。



(a) 同块度级试验的取样照片



(b) 不同级配试验的取样照片

图 1-2-38 级配试验的取样照片

1. 同块度级试验的测定结果与分析

分别以 A 组（20 ~ 30 mm）、B 组（40 ~ 50 mm）和 C 组（30 ~ 40 mm）三个组别进行同块度级试验，且各组又分三次测定试验（各次拍照取样前均重新搅拌混合）。表 1-2-14 列出了同块度级试验的体视概率计算法和线段法的计算结果。

表 1-2-14 同块度级试验的计算结果

组别	测定方法	各 块 度 级 含 量 (%)					误差 (%)
		< 10	10 ~ 20	20 ~ 30	30 ~ 40	40 ~ 50	
A—1	体视法		10.14	89.86			10.14
	线段法	5.14	42.90	51.97			48.03
A—2	体视法		1.52	98.48			1.52
	线段法	3.28	44.32	52.40			47.60
A—3	体视法		9.12	90.88			9.12
	线段法	5.89	45.39	48.72			51.28
B—1	体视法			4.27		95.73	4.27
	线段法	0.46	9.41	21.26	37.28	31.60	68.40
B—2	体视法		2.13	2.63	0.94	94.31	5.69
	线段法	1.73	8.63	24.68	38.85	26.10	73.90
B—3	体视法			2.90	8.44	88.65	11.35
	线段法	0.84	10.69	27.81	33.00	27.66	72.34
C—1	体视法		0.83	10.27	88.90		11.10
	线段法	2.43	15.01	40.54	42.02		57.98
C—2	体视法		4.32	13.07	82.60		17.40
	线段法	2.94	16.88	37.46	42.72		57.28
C—3	体视法		3.02	4.37	92.56		7.44
	线段法	1.72	18.66	35.70	43.92		56.08

从表 1-2-14 知，体视概率算法将某块度级岩块降为次级岩块的误差在 1.52% ~ 17.40% 之间，而线段法则为 47.60% ~ 73.90%，说明体视概率算法引起的测量误差比线段法小得多。而且用体视概率算法所测得的 A、B、C 三组各自的平均误差分别为 6.93%、7、10% 和 11.98%，而线段法的相应数值则为 48.97%、71.55% 和 57.11%。由此可知，体视概率算法测定块度的准确度比线段法高得多，它产生的平均误差还不及线段法的五分之一。

从同块度级的总体平均测定误差看，体视概率算法为 8.67%，线段法为 59.21%，这表明在测定爆堆块度时，用体视概率算法能获得比较准确、可靠的结果。

2. 级配试验的测定结果与分析

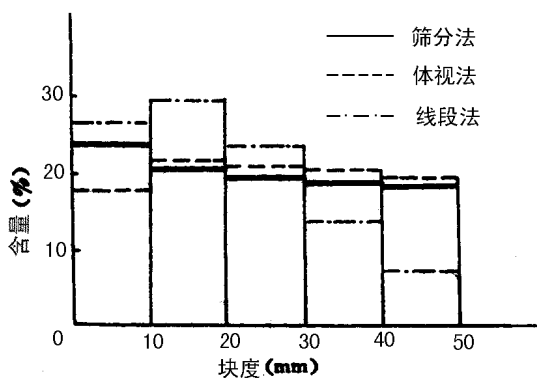
在室内共进行五组不同级配的块度测定试验（各组均按 G-G-S 分布配制），且各组又分别作 a、b 两次测定，每次测定前都搅拌混合，以尽量保证各块度级岩块均匀分布。拍照取样方式与同块度级试验相同。

表 1-2-15 是五组共十次级配试验的测定结果，从表中看出，用体视概率算法

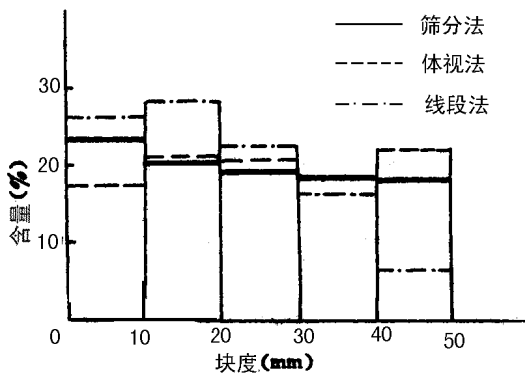
获得的各块度级含量与筛分含量都很接近，在大块度部分也未出现像线段法那样的“小化”现象，尤其是在中等块度以上的含量较大的级配试验中，测定值与实际值更加吻合。图 1-2-39、图 1-2-40 分别是第 3 组和第 5 组试验测定出的各块度级百分含量直方图，图中明显反映出体视概率算法获得的结果比线段法更接近筛分值。

表 1-2-15 级配试验中各块度级含量测定结果

组别	序号	测定方法	块 度(mm)				
			< 10	10 ~ 20	20 ~ 30	30 ~ 40	40 ~ 50
1	1a	筛 分	32.41	20.25	17.28	15.60	14.46
	1a	体视法	23.12	20.47	21.22	18.10	17.09
	1d	线段法	29.66	25.01	25.53	13.95	5.85
	1b	体视法	22.23	26.67	14.28	16.93	19.89
	1b	线段法	31.69	23.66	21.22	17.63	5.80
2	2a	筛 分	27.59	20.45	18.41	17.20	16.35
	2a	体视法	24.43	20.36	21.09	16.04	18.08
	2a	线段法	29.60	26.79	21.01	12.53	10.07
	2b	体视法	23.88	24.04	19.53	18.60	13.95
	2b	线段法	32.05	28.23	22.97	11.71	5.04
3	3a	筛 分	23.49	20.35	19.30	18.67	18.19
	3a	体视法	17.67	21.82	20.93	20.37	19.21
	3b	线段法	26.59	29.35	23.46	13.61	6.99
	3b	体视法	17.12	21.28	20.91	18.61	22.08
	3b	线段法	26.12	28.15	22.68	16.42	6.63
4	4a	筛 分	17.03	19.47	20.51	21.22	21.77
	4a	体视法	15.43	26.43	19.10	19.49	19.55
	4a	线段法	25.05	27.99	23.67	15.24	8.05
	4b	体视法	15.08	23.27	20.34	18.95	22.36
	4b	线段法	24.47	28.00	23.45	16.67	7.41
5	5a	筛 分	12.34	18.05	21.09	23.34	25.18
	5a	体视法	11.26	22.37	21.88	18.58	25.91
	5b	线段法	20.49	28.92	24.85	17.80	7.94
	5b	体视法	8.99	23.22	25.13	17.93	24.73
	5b	线段法	18.56	29.05	25.52	15.74	11.13



(a) No. 3a 的各块度级含量



(b) No. 3b 的各块度级含量



图 1-2-39 第 3 组级配试验的测定结果直方图

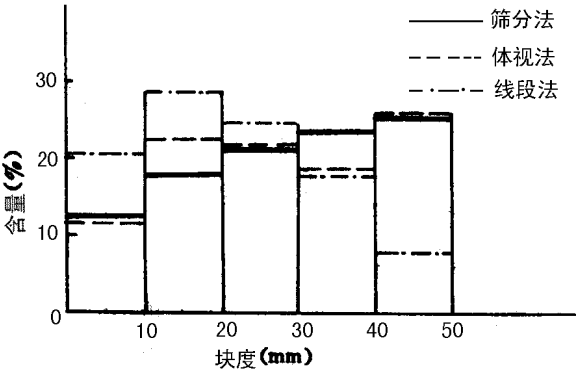
表 1-2-16 列出了十次试验的误差分析结果，从表中看出，除第一组用体视概率计算法产生的最大绝对误差比线段法大和其中第二次的最小绝对误差比线段法大而外，其余四组的绝对误差均比线段法小得多，且九次试验的绝对误差均值都小于 4，其中有七次的绝对误差均值不大于 3，这充分说明用体视概率计算法能获得较准确的块度组成。

表 1-2-16 级配试验的误差分析结果与 χ^2 值

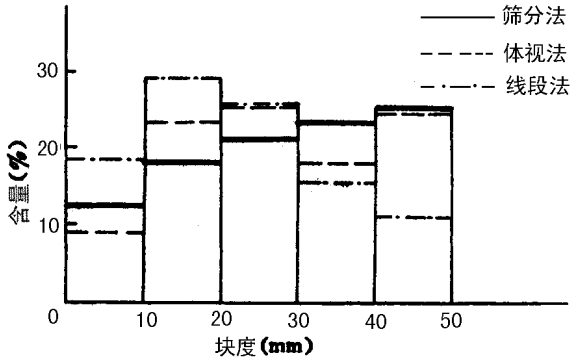
组别	测定方法	最大绝对误差	最小绝对误差	绝对误差均值	χ^2
1a	体视法	9.29	0.22	3.18	4.443
	线段法	8.61	1.65	5.21	10.592
1b	体视法	10.18	1.33	5.26	7.869
	线段法	8.66	0.72	3.75	6.939
2a	体视法	3.16	0.09	1.76	1.014
	线段法	6.28	2.01	4.38	6.160
2b	体视法	3.71	1.12	2.44	1.664
	线段法	11.31	4.46	6.72	14.386

续表

组别	测定方法	最大绝对误差	最小绝对误差	绝对误差均值	χ^2
3a	体视法	5.82	1.02	2.39	1.953
	线段法	11.20	3.10	6.50	12.303
3b	体视法	6.37	0.06	2.57	2.736
	线段法	11.56	2.25	5.52	11.494
4a	体视法	6.96	1.60	2.78	3.103
	线段法	13.72	3.16	7.88	18.274
4b	体视法	3.80	0.17	1.76	1.225
	线段法	14.36	2.94	7.56	16.857
5a	体视法	4.76	0.73	2.34	2.209
	线段法	17.24	3.76	9.11	25.718
5b	体视法	5.41	0.45	3.68	4.426
	线段法	14.05	4.43	8.66	21.084



(a) No. 5a 的各块度级含量



(b) No. 5b 的各块度级含量

图 1-2-40 第 5 组级配试验的测定结果直方图

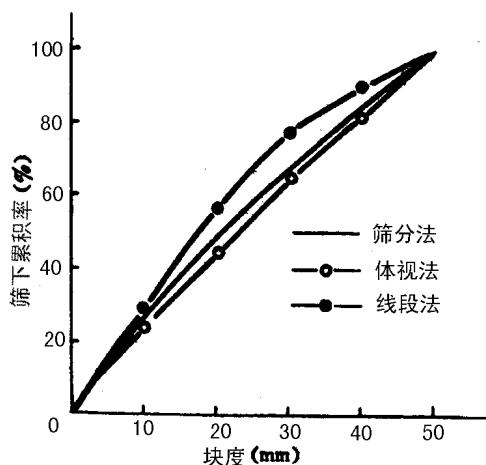


第一组试验中,用体视概率计算法测定各组含量产生较大绝对误差(在小块度部分)的原因在于该组级配的小块度(尤其是小于 10 mm)所占比例过大,在松散状态下,大量小岩块漏到大岩块下面,使拍照取样的小岩块比例失真,从而相对增大了大岩块的含量。从其余四组的测定结果看,这种偏差随着级配中小块度含量的减小而逐渐减小,表明造成第一组测定误差较大的原因不在于体视概率计算法本身,而是取样带来的。由于实际爆堆是在内部压力作用下形成,没有多余空间使岩块充分松散,不会造成大量小块度级岩块散落到大块度级岩块下面,样本的准确度提高,因而体视概率计算法测定结果的准确性和可靠性将得到保证。

对体视概率计算法和线段法测定出的各块度级含量分别按原级配进行拟合以计算其 X^2 检验值,计算结果同列表 1-2-16 中。当取置信水平 $\alpha = 0.1$ 时,临界值 $X_{0.1}^2(2) = 4.605$,对比表中 X^2 值知,用线段法测定时的 X^2 值均大于 4.605,而体视概率计算法的 X^2 值除第一组中的 b 次试验外,都小于 4.605,说明用该方法获得的块度组成是可信的。

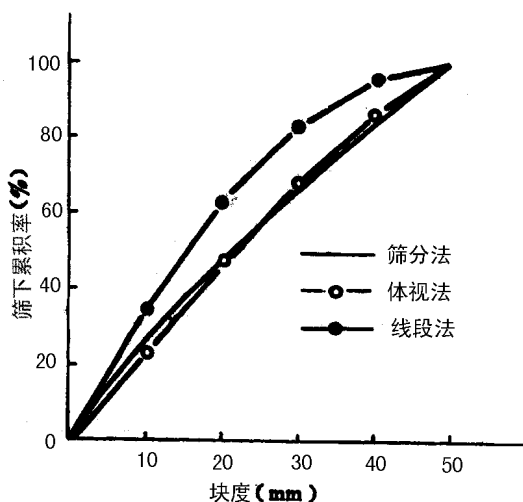
图 1-2-41、图 1-2-42 分别是第 2、第 4 两组试验中各块度级的筛下累积百分含量曲线。图示结果表明,体视概率计算法测定出的各块度级筛下累积曲线与原级配曲线十分吻合,其误差也比线段法小得多,特别是在大块度部分尤为明显。此外,同一组级配试验的两次测定结果都基本相同,反映出用体视概率计算法获得的块度组成具有较高稳定性。

同块度级和不同级配的试验结果都证实,用体视概率计算法测定块度组成,既具有较高的准确度,又能利用数字化仪、图像分析仪和计算机等先进技术处理样本照片,且不像现有的简单比例统计方法那样造成较大的“小化”误差。因此,体视概率计算法很适用于科研和生产等部门进行爆堆块度的测定计算。



(a) No. 2a 的累积分布



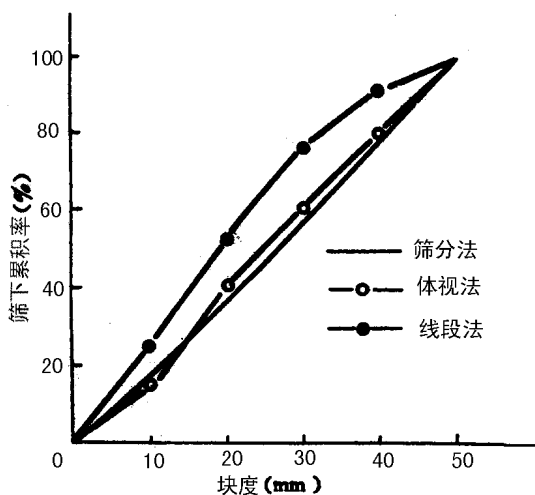


(b) No. 2b 的累积分布

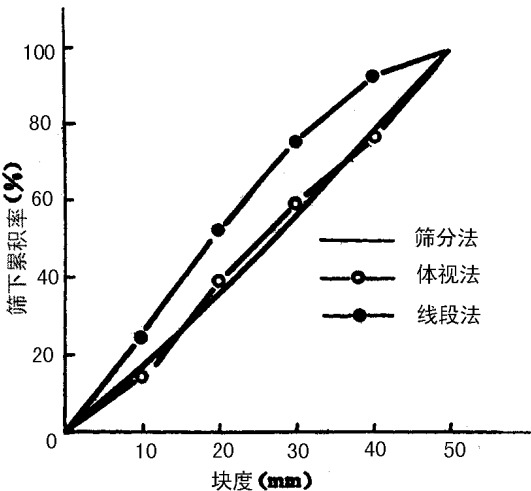
图 1-2-41 第 2 组级配试验的累积分布

3. 线段法的修正效果分析与体视概率计算法评价

对于线段法测定爆堆块度引起的“小化”现象,工程上大多采用指数函数进行修正,即:筛分得到的累积含量 Y_s 与线段法得到的相同块度级下的累积含量 Y_x 进行修正。



(a) No. 4a 的累积分布



(b) No. 4b 的累积分布

图 1-2-42 第 4 组级配试验的累积分布

对级配试验中线段法测定结果进行修正,其修正值和修正系数 a 、 b 列于表 1-2-17 中。

表 1-2-17 线段法测定结果(累积含量)的修正值及其修正系数

组别	块 度 (mm)					a	b
	< 10	< 20	< 30	< 40	< 50		
1a	33.60	49.14	72.72	89.55	97.88	21.41	0.0152
1b	33.96	49.24	68.71	90.62	99.26	20.65	0.0157
2a	28.35	45.98	67.26	84.38	101.25	16.57	0.0181
2b	27.79	46.33	70.21	86.79	95.08	15.56	0.0181
3a	23.93	41.80	65.27	84.54	96.54	14.44	0.0190
3b	24.33	41.30	63.27	86.10	97.58	14.89	0.0188
4a	17.69	33.59	57.76	81.88	98.45	9.97	0.0229
4b	17.78	33.49	56.89	82.92	98.04	10.23	0.0226
5a	13.08	27.28	51.28	80.59	98.59	7.78	0.0254
5b	13.11	27.25	51.85	77.09	102.04	8.21	0.0252

对比表 1-2-17 的修正结果和表 1-2-15 的筛分值知,线段法的测定值修正后能较好地符合级配组成,尤其在大块度级和小块度级部分大幅度减小了测定误差。然而,表中计算出的修正值与筛分值吻合较好,是由于修正系数和修正值是按同一样本序列求得

的。从实际应用来看,因计算修正系数的样本序列与计算修正值的样本序列不同,其修正后的准确度会有所降低。

另一方面,从各组级配试验的修正系数的变化发现,不同的级配组成,其修正系数值也不同。例如,尽管第 1、第 2 两组的级配变化不大,但其修正系数 a 的差值大于 4, b 值也从 0.0152 增大到 0.0181。从总的变化趋势看,随着大块度级含量的增加,修正系数 a 减小, b 增大,这说明修正系数与所测定的块度分布有关。因此,在应用线段法测定爆堆块度组成时,必须对每次爆破后的爆堆进行取样筛分和拍照,并尽可能保证取样部分的块度分布与爆堆的块度分布一致,才能求得在该爆堆块度分布下线段法的修正系数。只有这样,才能使对线段法的修正具有实用价值。

在不进行任何校正的情况下,体视概率算法能得到与实际块度组成十分相近的测定结果。究其原因,在于该方法从概率统计角度出发,在计算某一块度级岩块的空间数量密度时,考虑到了比其更大的各级岩块对该级岩块的线段密度的贡献,即每级岩块的截长线密度取决于等于或大于该级岩块的含量。由(1-2-120)式知,在计算某级岩块的空间数量密度时,总要减去大一级岩块对其所做的贡献,并且随着块度级减小,减去的量值相对增大,这是由于块度级减小时,对该级线密度所做贡献的岩块数量增大的缘故。因此,体视概率算法从理论计算上就避免了产生“小化”的可能性,这是它优于传统的测定方法之处。

五、节理岩体爆破块度研究的应用实例分析

我们将研究方法 with 结论应用于桦子峪镁矿生产爆破之中,通过爆前节理调查、爆破参数统计和爆后块度测定等方式,分析研究该矿的爆破现状。在历时三个月的现场工作中,进行了十次生产爆破前后的节理间距统计与爆堆块度测定,拍摄节理分布取样照片四十余张、爆堆块度取样照片近三百张。系统地分析了各爆区矿(岩)体的节理间距分布与天然块度分布以及爆破块度分布的规律,确定了影响桦子峪镁矿爆破块度的主要因素,并给出了合理的爆破参数选取范围。

(一) 矿区概况与岩体爆破条件

1. 矿区概况

桦子峪矿区的矿体为菱镁矿石,主要由厚层状 I 级品矿石组成,中间夹有扁豆状透镜体 II、III、IV 级品和级外品矿石。矿体围岩:北端为黑云母片岩,南端为白云质大理岩。属于原生沉积并经过区域变质、局部有热液活动的沉积变质矿床。由于矿体受多次地质成矿作用影响,断层构造比较发育,有两条纵向正断层和五条横向正断层,矿体内节理裂隙极其发育,矿石与岩石的接触关系复杂,有煌斑岩脉和滑石岩脉分割、穿插于矿体中。

该矿分东、西两个采场,开采工作线由上盘向下盘推进,阶段高度 10 m。采装设备有:KY—250 型牙轮钻机 2 台,YQ—150A 型潜孔钻机 6 台,WK—4 型挖掘机 4 台。矿岩均采用贝拉斯—540 型自卸汽车运输。

2. 爆区节理调查结果及其间距分布规律

为了对桦子峪镁矿目前采用的爆破技术进行分析研究,我们于 1993 年 5 月~7 月对该矿十次生产爆破开展了爆前节理调查、爆破参数统计和爆后的爆堆拍照取样工作。

在进行爆区节理调查时,主要统计了台阶坡面上水平、垂直两个方向和台阶横断面上的节理间距组成,且各方向上的节理不按组别逐一统计,而记录总体间距组成。各爆区节理间距统计结果列于表 1-2-18。

根据表 1-2-18 的统计数据,回归计算得到的结果列于表 1-2-19,表中同时列出了统计得到的节理频数和相对平均节理间距(平均节理间距/最小节理间距)。回归结果表明,各爆区的节理间距组成较好地符合康托集分布,其间距分维数在 0.7096~1.1774 之间变化,节理很发育。

对比表 1-2-18 和表 1-2-19 看出,在相同的节理间距变化范围内,小间距部分节理数所占比例大的间距分布,其分维数值大,这一规律与前面分析结论是一致的。另一方面,大多数情况下,分维数大,对应的相对平均间距小,如 No.1 中水平与垂直方向的分维数分别为 0.9625 和 1.0425,后者的相对平均节理间距(3.20)比前者(3.35)小,这和前面的结论相同。因此,可以用分维数或相对平均节理间距对比分析各爆区的节理分布密度。

3. 爆区矿岩天然块度分布的模拟

按各爆区三个方向上的节理间距分布,天然块度模拟方法进行计算,得到了十个爆区的天然岩块筛下累积的体积百分比,见表 1-2-20。

表 1-2-18 各爆区节理间距统计结果

序号	区域	爆破时间	测向	测线长 (m)	最大间距 (cm)	节理总数 (条)	大于各间距 cm 的节理数				
							5	10	20	40	80
1	西采 102~104 线	1993.6.9	水平	10.25	185	35	35	29	17	9	4
			垂直	8.83	197	36	31	25	16	6	3
			横向	4.30	65	22	20	12	6	3	-
2	东采 8 线	1993.6.12	水平	7.07	160	33	29	19	11	5	3
			垂直	5.20	76	30	28	19	9	4	-
			横向	2.91	74	17	17	12	6	2	-
3	西采 104 线 东	1993.6.21	水平	11.74	140	40	39	31	15	9	4
			垂直	8.86	97	32	30	25	11	7	3
			横向	4.30	65	22	20	12	6	3	-
4	西采 104 线	1993.6.24	水平	11.96	151	38	36	27	17	8	4
			垂直	9.55	105	32	29	20	13	7	4
			横向	4.30	65	22	20	12	6	3	-
5	西采 106 线	1993.6.29	水平	7.46	71	34	34	24	14	7	-
			垂直	8.05	78	31	31	21	13	7	-
			横向	8.96	103	35	34	25	13	6	3

续表											
序号	区域	爆破时间	测向	测线长 (m)	最大间距 (cm)	节理总数 (条)	大于各间距 cm 的节理数				
							5	10	20	40	80
6	东采 10 线	1993.6.30	水平	13.61	58	74	65	37	21	10	—
			垂直	7.13	156	27	27	16	8	5	2
			横向	2.91	74	17	17	12	6	2	—
7	西采 106 线 东	1993.7.4	水平	11.54	145	35	33	24	15	8	5
			垂直	7.65	106	32	32	23	12	5	2
			横向	8.96	103	35	34	25	13	6	3
8	西采 86 ~ 88 线	1993.7.5	水平	13.01	182	38	37	32	17	9	5
			垂直	7.91	167	24	24	19	13	6	3
			横向	8.14	104	27	25	21	13	8	4
9	西采 104 ~ 106 线	1993.7.7	水平	14.88	146	52	51	36	24	13	4
			垂直	7.00	68	35	30	21	13	5	—
			横向	7.02	74	40	36	24	12	4	—
10	西采 84 ~ 86 线	1993.7.10	水平	12.45	157	34	34	23	18	11	5
			垂直	8.91	121	29	29	19	14	8	3
			横向	8.14	104	27	25	21	13	8	4

表 1 - 2 - 19 爆区节理间距分布的回归结果						
序号	测向	最小间距 (cm)	分维数	相关系数	节理频数 (条/m)	相对平均 节理间距
1	水平	8.76	0.9625	0.97936	3.41	3.35
	垂直	7.65	1.0425	0.97462	4.08	3.20
	横向	4.75	0.9173	0.99758	5.12	4.11
2	水平	4.76	0.8426	0.99505	4.67	4.50
	垂直	5.28	0.9498	0.98882	5.77	3.28
	横向	5.98	1.0259	0.97314	5.84	2.86
3	水平	7.54	0.9496	0.98743	3.41	3.89
	垂直	7.38	0.9668	0.98489	3.61	3.75
	横向	4.75	0.9173	0.99758	5.12	4.11

续表						
序号	测向	最小间距 (cm)	分维数	相关系数	节理频数 (条/m)	相对平均 节理间距
4	水平	7.49	0.9281	0.98566	3.18	4.20
	垂直	5.82	0.7850	0.98484	3.35	5.13
	横向	4.75	0.9173	0.99758	5.12	4.11
5	水平	5.63	0.7615	0.98972	4.56	3.90
	垂直	5.36	0.7096	0.99497	3.85	4.85
	横向	7.34	1.0289	0.97461	3.91	3.48
6	水平	4.48	0.8914	0.99754	5.44	4.10
	垂直	5.96	0.9683	0.99217	3.79	4.43
	横向	5.98	1.0259	0.97314	5.84	2.86
7	水平	6.28	0.7706	0.96832	3.03	5.26
	垂直	8.05	1.1774	0.98635	4.18	2.97
	横向	7.34	1.0289	0.97461	3.91	3.48
8	水平	8.20	0.8961	0.97870	2.92	4.18
	垂直	8.57	0.9010	0.97819	3.03	3.85
	横向	7.58	0.7779	0.99612	3.30	4.00
9	水平	8.29	1.0375	0.97154	3.49	3.46
	垂直	4.69	0.8437	0.97378	5.00	4.26
	横向	5.54	1.1754	0.96413	5.70	3.17
10	水平	7.04	0.7284	0.97417	2.73	5.20
	垂直	7.36	0.8718	0.97125	3.25	4.18
	横向	7.58	0.7779	0.99612	3.30	4.00

表 1－2－20 爆区矿岩的天然块度组成

序 项		块度小于或等于 α (cm) 的岩块体积百分比 β (%)							
号 目									
1	x	20	60	100	120	140	160	180	190
	y	0.35	9.77	27.29	38.62	51.99	68.96	89.63	96.47

续表									
序 项 号 目		块度小于或等于 x (cm)的岩块体积百分比 y (%)							
2	x	20	40	60	80	100	120	140	150
	y	1.10	8.29	23.35	41.31	51.17	63.48	81.17	91.10
3	x	20	40	60	80	90	100	120	130
	y	0.97	8.46	24.47	44.70	54.89	65.97	80.50	90.84
4	x	20	40	60	80	100	120	130	140
	y	0.78	6.77	20.08	36.75	56.91	73.24	81.17	90.42
5	x	20	40	50	60	70	80	90	100
	y	1.53	13.90	26.02	41.85	63.22	78.99	87.24	96.56
6	x	20	40	60	80	100	120	140	150
	y	1.30	9.61	25.85	39.93	52.26	66.44	83.33	91.81
7	x	20	40	60	80	100	120	130	140
	y	0.67	6.23	18.02	37.04	60.61	77.76	85.51	95.76
8	x	30	60	80	100	120	140	160	170
	y	1.18	9.58	20.67	36.06	49.64	65.11	83.29	94.29
9	x	20	40	60	80	100	120	130	140
	y	1.22	9.55	26.07	43.84	57.03	63.10	72.47	83.59
10	x	20	40	60	80	100	120	130	140
	y	0.36	4.11	13.36	29.04	51.99	72.81	79.03	86.09

将各爆区天然岩块的块度组成分别按 R－R 分布和 G－G－S 分布进行回归计算，其结果列于表 1－2－21。表中的结果表明，天然岩块的块度组成基本上都服从 R－R 分布和 G－G－S 分布，相关性较强。其中，No.3、No.4、No.5、No.7 和 No.10 这五个爆区的天然块度组成与其 R－R 分布十分吻合，图 1－2－43 和图 1－2－44 分别是 No.4、No.5 两个爆区天然块度的 R－R 分布曲线。No.1、No.4、No.7、No.8 和 No.10 这五个爆区的天然块度组成与其 G－G－S 分布曲线能较好地吻合，图 1－2－45 和图 1－2－46 分别是 No.1 和 No.8 爆区天然块度的 G－G－S 分布曲线。

表 1-2-21 天然块度分布的回归结果

序 号	R - R 分 布					G - G - S 分 布				
	均匀指数	特征块度 (cm)	相关系数	F_{50} (cm)	F_{80} (cm)	分维数	最大块度 (cm)	相关系数	F_{50} (cm)	F_{80} (cm)
1	2.8769	142.73	0.9944	125.66	168.40	0.5454	180.83	0.9944	136.34	165.11
2	2.5389	109.85	0.9955	95.08	132.49	0.8785	140.84	0.9839	101.59	126.78
3	2.8677	96.85	0.9989	85.23	114.34	0.5844	120.43	0.9888	90.39	109.80
4	2.8445	105.69	0.9990	92.91	124.94	0.5978	132.29	0.9904	99.14	120.56
5	3.3216	70.83	0.9995	63.43	81.74	0.3758	89.41	0.9884	68.66	82.12
6	2.4709	107.64	0.9957	92.80	130.51	0.9630	140.38	0.9835	99.89	125.82
7	3.0476	101.77	0.9989	90.24	118.97	0.4766	129.26	0.9919	98.21	118.32
8	3.0228	130.46	0.9976	115.55	152.71	0.5091	162.82	0.9933	123.27	148.87
9	2.5571	104.09	0.9960	90.19	125.83	0.8080	129.17	0.9864	94.15	116.67
10	3.2211	111.27	0.9994	99.30	128.98	0.1879	133.27	0.9930	104.16	123.10

注 : F_{50} 、 F_{80} 分别表示天然岩块筛下累积率为 50%和 80%时的岩块尺寸。

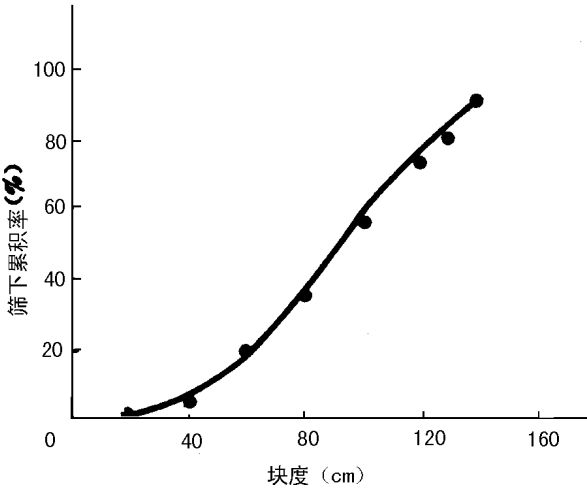


图 1-2-43 No.4 爆区天然块度的 R-R 分布



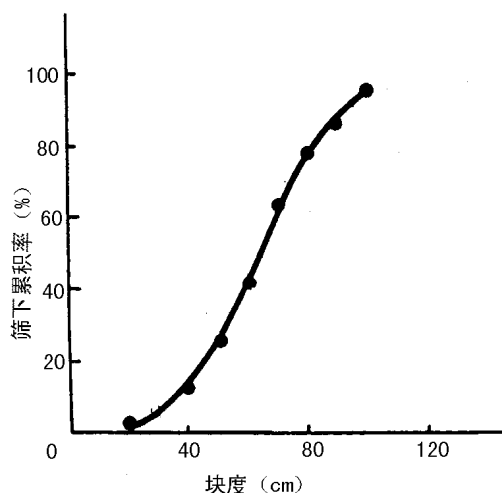


图 1-2-44 No.5 爆区天然块度的 R-R 分布

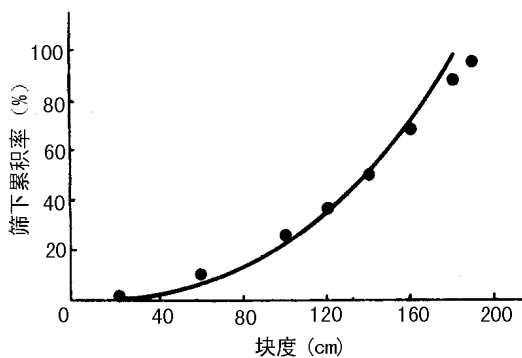


图 1-2-45 No.1 爆区天然块度的 G-G-S 分布

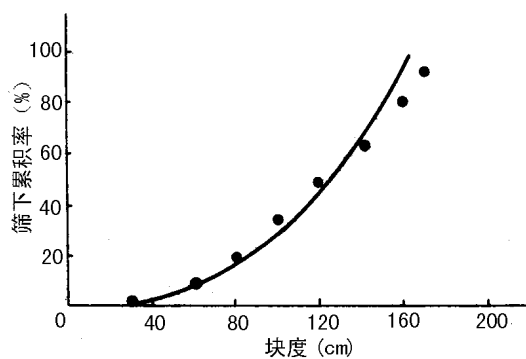


图 1-2-46 No.8 爆区天然块度的 G-G-S 分布

对比十个爆区天然块度的 R-R 分布和 G-G-S 分布同模拟得到的块度组成发现,整体上服从 R-R 分布的情形比 G-G-S 分布多些,这恰恰反映出 G-G-S 分布是 R-R 分布的近似表达这一事实。此外,各爆区的天然块度通常在 F_{50} 以下和 F_{80} 以上能很好地服从 R-R 分布,而在 F_{50} 与 F_{80} 之间则很好地服从 G-G-S 分布,如 No.4、No.5、No.6、No.7、No.8 和 No.10 爆区就属于此情形,图 1-2-47 绘出了 No.6 爆区天然块度的 R-R 分布曲线和 G-G-S 分布曲线。

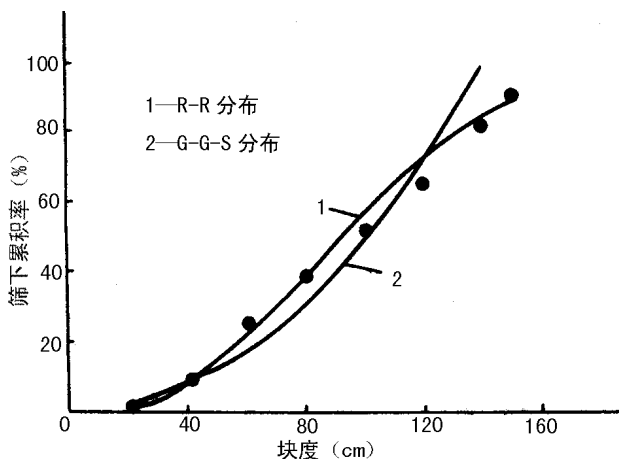


图 1-2-47 No.6 爆区天然块度的 R-R 分布和 G-G-S 分布

(二) 爆堆块度的测定结果与分析

在应用拍照方法获得爆堆表面或断面的岩块样本时,往往很难实现垂直摄影。因此,对十个爆区的爆堆采用倾斜拍照。在每张照片的取样范围内,将一根直径不变的圆柱形标杆竖着放置在爆堆表面或断面上,作为照片横向测线的比例尺(标杆直径 35 mm),并且使拍摄方向与爆堆表面或断面的横向垂直,以保证每条测线的比例相同,图 1-2-48 是其中的四张取样照片。

由于爆堆的块度分布一般都不很均匀,大块多位于爆堆下部。所以,应沿着爆堆表(断)面从上到下拍照取样,以使所取样本具有代表性。

对样本容量的分析知,拍照取样的覆盖面积为爆堆总表(断)面积的 20% ~ 30%,才能保证取样的可靠性。鉴于桦子峪镁矿每次爆破量都较小(一般 5 ~ 7 个炮孔爆破),所以,每个爆堆在相邻的两个炮孔范围内拍照,且拍摄量为 15 ~ 25 张,每幅照片的取样面积为 $2\text{ m} \times 2\text{ m}$ 左右。

应用体视概率计算法对十次爆破的块度组成进行计算,其结果列于表 1-2-22 中。

将各次爆破的块度组成分别按 R-R 分布和 G-G-S 分布回归计算,结果见表 1-2-23,表中的大块率表示块度大于 80 cm 的矿岩体积百分含量(矿山规定块度大于 80 cm 为大块)。由表 1-2-23 知,块度组成按这两个分布回归后其相关系数均大于显著水平 $\alpha = 0.01$ 下的临界相关系数(0.8343),说明桦子峪矿的爆破块度都能服从 R-R 分布和 G-G-S 分布,且与 R-R 分布的相关程度更高。

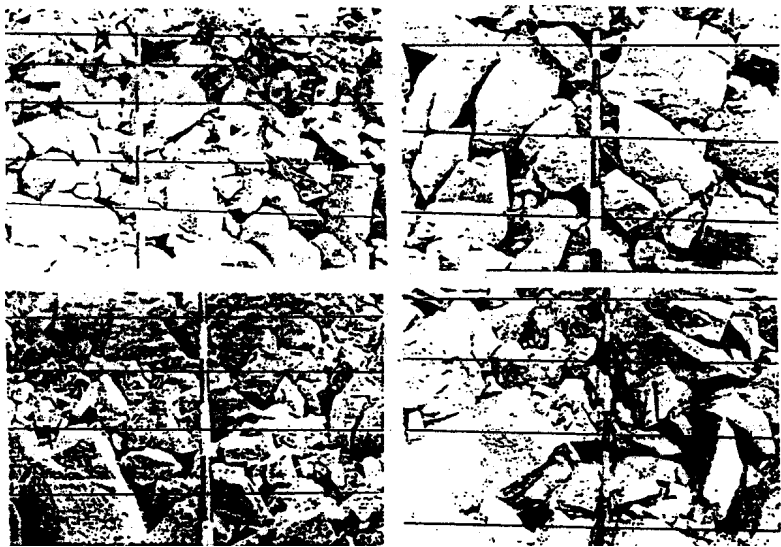


图 1-2-48 爆堆取样照片

表 1-2-22 爆堆块度组成的测定结果

序号	项目	块度小于或等于 x (cm) 的岩块体积百分比 y (%)								最大块度 (cm)
		10	20	30	40	60	80	100	140	
1	x	10	20	30	40	60	80	100	140	151
	y	6.00	35.44	49.95	59.72	69.71	82.56	87.32	90.42	
2	x	10	20	30	40	60	80	100	140	171
	y	6.32	33.51	47.20	56.99	74.22	86.60	88.16	92.34	
3	x	10	20	30	40	60	80	100	140	179
	y	9.03	37.81	52.44	68.33	78.06	86.84	90.76	93.15	
4	x	10	20	30	40	50	60	80	100	107
	y	9.96	45.61	65.33	71.03	83.91	90.26	91.29	95.83	
5	x	10	20	30	40	50	60	80	90	99
	y	13.07	51.51	67.52	77.15	81.31	86.98	90.84	95.18	
6	x	10	20	30	40	60	80	100	160	163
	y	5.16	32.00	47.40	54.30	71.16	84.80	89.13	92.55	
7	x	10	20	30	40	60	80	100	160	226
	y	5.98	40.20	60.05	67.57	75.95	82.34	85.54	92.06	
8	x	10	20	30	40	60	80	100	140	149
	y	9.61	30.57	41.64	51.79	64.43	76.35	88.37	91.91	
9	x	10	20	30	40	50	70	80	90	108
	y	8.48	38.19	53.45	67.43	79.58	88.72	91.48	95.85	
10	x	10	20	30	40	60	80	100	140	168
	y	7.23	25.74	39.20	52.99	66.23	81.09	87.49	95.11	

表 1-2-23 爆破块度分布的回归结果

序号	R-R 分布			G-G-S 分布			K_{50} (cm)	K_{80} (cm)	大块率 (%)
	均匀指数	特征块度 (cm)	相关系数	分维数	最大块度 (cm)	相关系数			
1	1.2736	53.20	0.9497	2.0901	99.98	0.8921	30.05	76.02	17.44
2	1.3231	51.95	0.9647	2.0762	98.64	0.9105	32.86	69.34	13.40
3	1.2122	46.09	0.9633	2.1953	96.73	0.9039	28.33	64.42	13.16
4	1.4000	35.94	0.9648	2.1008	71.27	0.9005	22.23	46.96	8.71
5	1.2701	33.75	0.9644	2.1981	70.70	0.9015	19.61	46.85	9.16
6	1.3179	56.56	0.9535	2.0690	105.31	0.8925	33.77	72.90	15.20
7	1.1959	50.14	0.9145	2.1543	100.20	0.8455	24.94	72.68	17.66
8	1.2169	54.98	0.9875	2.1413	104.06	0.9652	38.24	92.13	23.65
9	1.4802	40.15	0.9820	2.0247	75.48	0.9283	27.74	50.92	8.52
10	1.3493	55.67	0.9914	2.0675	105.02	0.9536	37.83	78.53	18.91

注 表 K_{50} 、 K_{80} 指标是按表 1-2-22 中的块度组成用插值法求出。

表 1-2-23 中 No.1、No.2、No.3、No.8、No.10 各次爆破块度的分维数是在 10~140cm 的块度范围内计算得到的，其中以 No.3 的分维数最大 ($D_f^3 = 2.1953$)，分维数的大小顺序依次为 $D_f^3 > D_f^8 > D_f^1 > D_f^2 > D_f^{10}$ 。对比表 1-2-22 这五次爆破的矿岩筛下体积百分率发现，除 No.8 次爆破外，相应的 40~60cm 块度级以下的体积百分率依次递减，即分维数大的矿岩组成，其小块度部分的含量所占比例大。No.6、No.7 两次爆破和 No.4、No.5、No.9 三次爆破的块度分布也具有这一规律。虽然 No.8 次爆破在 10~40cm 块度范围内的含量比 No.1 和 No.2 低，但由于它小于 10cm 的含量最大，导致其分维数增大。

（三）桦子峪镁矿爆破技术的分析研究

桦子峪镁矿生产爆破采用 150mm、250mm 两种孔径，前者为斜孔，与台阶坡面倾向相同，倾角 80°左右，后者为垂直孔。所用主爆药为粉状铵油炸药和乳化油炸药（水孔中使用）。采用分段装药结构，孔底药量占单孔药量的三分之二以上，孔内药柱上、下两段的间隔长度 1.2~1.5m。在桦子峪矿所统计的十次生产爆破分别采用单排孔孔间顺序微差起爆和瞬时齐发起爆，各次爆破参数见表 1-2-24。

爆破前后的块度组成与各项质量指标列于表 1-2-25。

现场生产爆破中，各次爆破条件都不尽相同，仅用单因素分析方法很难从这十次统计的爆破数据准确地说明哪些参数对爆破块度的影响是主要的，哪些参数是次要的。为此，我们用灰关联分析方法处理这些数据，确定出影响桦子峪镁矿爆破块度的主要因素。

表 1－2－24 梓子峪镁矿生产煤破参数

序号	矿岩类型	孔径 (mm)	爆破 孔数	孔距 (m)	抵抗线 (m)	超深 (m)	炸药单耗 (kg/t)	微差时间 (ms)
1	I 级品	250	7	4.5～5.0	4.0	1.5～3.0	0.33	0
2	岩石	150	17	3.0～4.0	2.5～3.5	1.5～2.5	0.24	0
3	I 级品	150	5	4.0	4.0	1.5～2.5	0.27	25
4	I 级品	150	6	4.0～4.5	3.5	1.0～2.0	0.28	25
5	I 级品	150	5	4.0～4.5	4.5	1.5～2.0	0.23	25
6	岩石	150	14	3.5～4.0	3.5	1.0～2.5	0.26	0
7	I 级品	150	3	3.5～4.5	3.5	1.5～2.5	0.28	25
8	矿岩	250	5	4.5～5.0	3.0～4.5	1.5～2.0	0.42	25
9	I 级品	150	7	3.5～5.0	3.0～3.5	1.5～2.5	0.24	25
10	矿岩	250	9	4.0～5.5	4.0	1.5～2.5	0.32	0

表 1－2－25 煤破前后的块度组成与质量指标

序号	统计方式	块度(cm)					K ₅₀ (cm)	K ₈₀ (cm)	分维数	大块率 (%)
		< 20	20～60	60～100	100～140	> 140				
1	爆前	0.35	9.42	17.52	24.70	48.01	137.02	170.68	0.5454	17.44
	爆后	35.44	34.27	17.61	3.10	9.58	30.05	76.02	2.0901	
2	爆前	1.10	22.25	27.82	30.00	18.83	97.63	138.68	0.8785	13.40
	爆后	33.51	40.77	13.94	4.18	7.60	32.86	69.34	2.0762	
3	爆前	0.97	23.50	41.50	34.03	—	85.20	119.31	0.5844	13.16
	爆后	37.81	40.25	12.70	2.39	6.85	28.33	64.42	2.1953	
4	爆前	0.78	19.30	36.83	33.51	9.58	93.14	128.52	0.5978	8.71
	爆后	45.61	44.65	5.57	4.17	—	22.23	46.96	2.1008	
5	爆前	1.53	40.32	54.71	3.44	—	63.81	81.22	0.3758	9.16
	爆后	51.51	35.47	13.02	—	—	19.61	46.85	2.1981	
6	爆前	1.30	24.55	26.41	31.07	16.67	96.33	135.27	0.9630	15.20
	爆后	32.00	39.16	17.97	2.288	8.59	33.77	72.90	2.0690	
7	爆前	0.67	17.35	42.59	35.15	4.24	91.00	122.89	0.4766	17.66
	爆后	40.20	35.75	9.59	4.37	10.09	24.94	72.68	2.1543	

续表										
序号	统计方式	块度(cm)					K_{50} (cm)	K_{80} (cm)	分维数	大块率 (%)
		< 20	20 ~ 60	60 ~ 100	100 ~ 140	> 140				
8	爆前	0.79	8.79	26.21	29.05	34.89	120.47	156.38	0.5091	23.65
	爆后	30.57	33.86	17.94	9.54	8.09	38.24	92.13	2.1413	
9	爆前	1.22	24.85	30.96	36.82	6.15	89.34	126.77	0.8080	8.52
	爆后	38.19	45.96	14.01	1.84	—	27.74	50.92	2.0247	
10	爆前	0.36	13.00	38.63	34.10	13.91	98.27	131.37	0.1879	18.91
	爆后	25.74	40.49	21.26	7.62	4.89	37.83	78.53	2.0675	

分别以爆破后的 K_{50} 、 K_{80} 指标、块度分维数、均匀性指数和大块率为系统特征变量 Y_i ($i = 1 \sim 5$) , 爆区节理频数 (三个方向的平均值) F_{50} 、天然块度分维数、孔径、孔距、抵抗线、炸药单耗和微差时间为相关因素变量 X_j ($j = 1 \sim 8$) , 计算出十次生产爆破的灰色绝对关联矩阵, 见表 1-2-26。

表 1-2-26 桦子峪镁矿生产爆破的灰色绝对关联矩阵(ϵ_{ij})

	$X_1(\epsilon_{i1})$	$X_2(\epsilon_{i2})$	$X_3(\epsilon_{i3})$	$X_4(\epsilon_{i4})$	$X_5(\epsilon_{i5})$	$X_6(\epsilon_{i6})$	$X_7(\epsilon_{i7})$	$X_8(\epsilon_{i8})$
$Y_1(\epsilon_{1j})$	0.9271	0.5721	0.7079	0.5255	0.6861	0.7591	0.6702	0.5762
$Y_2(\epsilon_{2j})$	0.7228	0.6893	0.6125	0.5231	0.9890	0.8673	0.9471	0.6998
$Y_3(\epsilon_{3j})$	0.7936	0.5560	0.7872	0.5320	0.6388	0.6883	0.6276	0.5591
$Y_4(\epsilon_{4j})$	0.7736	0.5552	0.8162	0.5352	0.6341	0.6799	0.6237	0.5583
$Y_5(\epsilon_{5j})$	0.6702	0.7478	0.5916	0.5221	0.8906	0.7806	0.9273	0.7621
$\sum_{i=1}^5(\epsilon_{ij})$	3.8873	3.1204	3.5154	2.6379	3.8386	3.7752	3.7959	3.1555

从表 1-2-26 看出, 各因素对五个爆破质量指标的影响作用次序为: 节理频数、孔距、炸药单耗、抵抗线、天然块度分维数、微差时间、 F_{50} 指标和孔孔 (相应的 $\sum \epsilon_{ij}$

为：3.887 3、3.838 6、3.795 9、3.775 2、3.515 4、3.155 5、3.120 4、2.637 9)。然而，对于单个质量指标，这些因素所起的作用大小又各不相同。

影响爆破块度分维数和均匀性指数的主要因素次序基本相同，即：天然块度分维数、节理频数、抵抗线、孔距和炸药单耗，表明爆破块度分布是由天然块度分布和爆破参数决定，这既反映出第四章建立的 BDM 块度计算模型的出发点与实际相符，又说明这十次爆破参数选取不太合理。当爆破参数选取合理时，爆破块度主要受由爆破参数所决定的岩体破裂比率的控制，即是说，此时的块度分布应该与爆破参数的相关性更强。此外，分别比较爆破块度分维数和均匀性指数与上述五个因素的关联度数值可知，它们都几乎相等，这反映出二者的物理意义相同的事实。

由表 1-2-25 知，各次爆破的大块率较高，最大值达 23.65%，且有五次爆破的 K_{80} 指标大于 70cm，这也反映出选取的爆破参数不合理。从表 1-2-26 可看出，影响这两个指标的主要因素是孔距、炸药单耗和抵抗线。因此，要降低大块率和 K_{80} 指标，必须选择更合理的爆破参数。

将各次爆破前后的块度分布曲线分别绘于图 1-2-49 ~ 图 1-2-58 中，由此可看出，除 No.1、No.4、No.5、No.8、No.9 五次爆破的最大块度比天然块度小外，其余五次都比天然块度大。造成爆破块度大于天然块度的原因是爆区内的部分单元岩体破裂比率小于 1，说明爆破参数的选取不尽合理。

对比图 1-2-52 和图 1-2-54 看出，No.4 的爆破效果比 No.6 好，且前者的爆破块度较其天然块度有大幅度的降低，而这两个爆区的天然块度分布基本相同（确切地讲，No.4 的天然块度比 No.6 的大），抵抗线相等，炸药单耗相近，其孔网参数的差异主要是 No.4 的孔距要稍大些（孔距与抵抗线之比为 1.21）。再从图 1-2-55 和图 1-2-56 来看，No.7 和 No.9 这两次爆破的抵抗线相同，天然块度分布也相近，但由于 No.9 爆区采用的孔距比 No.7 的大，即 No.9 次爆破的孔距与抵抗线之比（密集系数）为 1.31，其爆破块度比 No.7 要小得多。所以，适当增大密集系数将有利于获得较小的爆破块度组成。究其原因，在于该矿采用单排孔顺序微差爆破，前一个炮孔爆破后后爆炮孔增加了一个自由面，当孔距过小时，造成后爆炮孔所负担的爆区内的应力分布极不均匀，即：在前一炮孔爆破产生的新自由面方向，形成应力增高区，使得该区域内的矿岩破裂比率增大，得到充分破碎，但在台阶坡面方向应力相对降低，因破碎不充分而形成大块度矿岩。

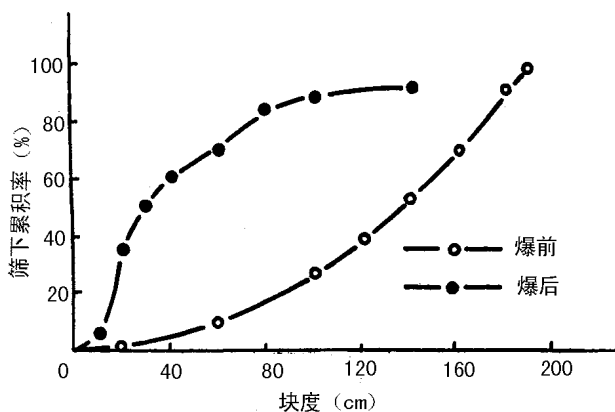


图 1-2-49 No.1 爆区爆破前后块度分布

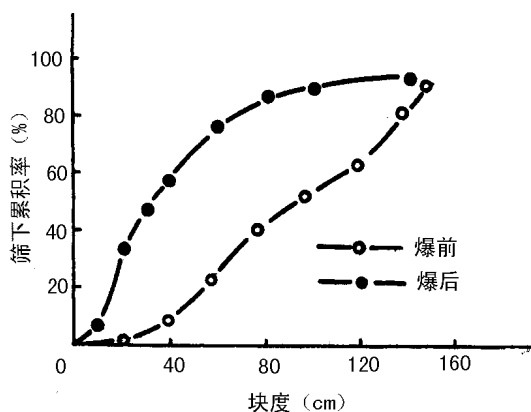


图 1-2-50 No.2 爆区爆破前后的块度分布

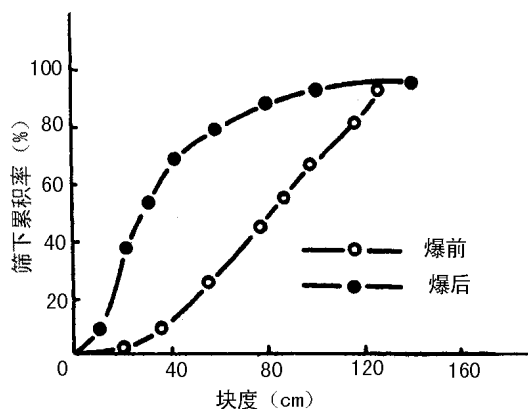


图 1-2-51 No.3 爆区爆破前后的块度分布

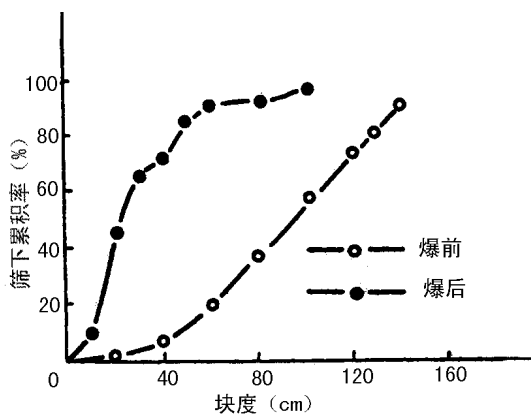


图 1-2-52 No.4 爆区爆破前后的块度分布

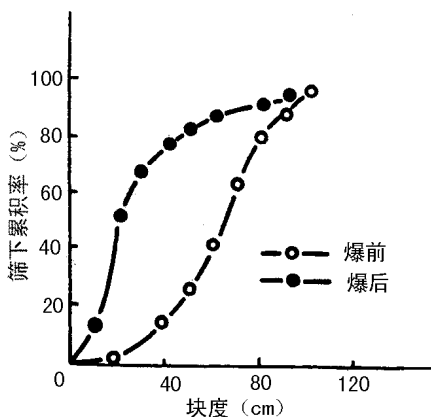


图 1-2-53 No.5 爆区爆破前后的块度分布

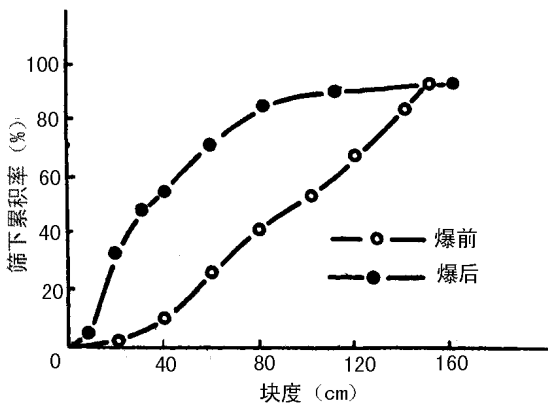


图 1-2-54 No.6 爆区爆破前后的块度分布

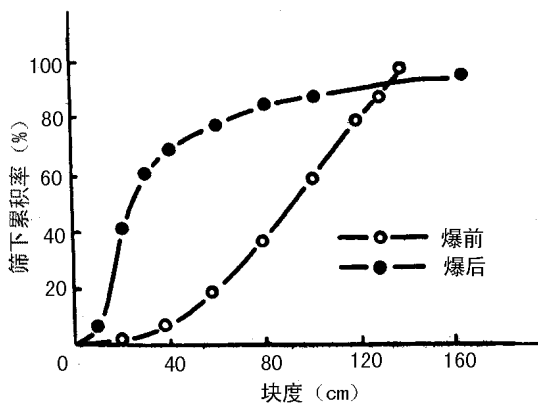


图 1-2-55 No.7 爆区爆破前后的块度分布

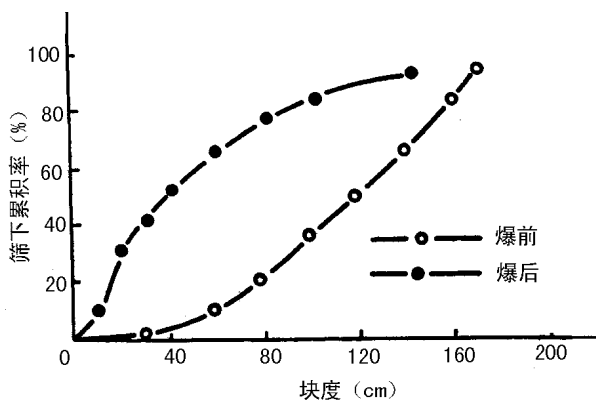


图 1-2-56 No.8 爆区爆破前后的块度分布

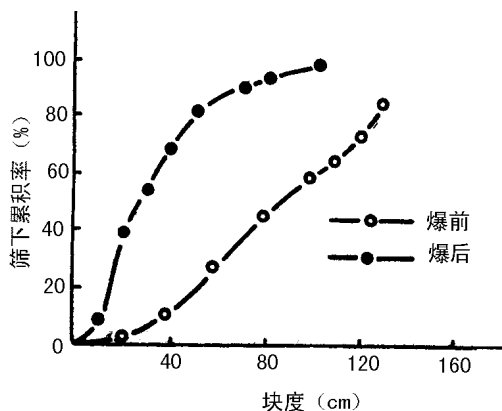


图 1-2-57 No.9 爆区爆破前后的块度分布

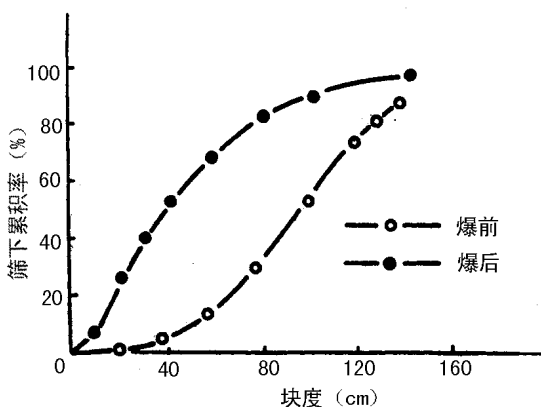


图 1-2-58 No.10 爆区爆破前后的块度分布

另一方面，孔距过大又会造成孔间方向的应力水平与坡面方向差异太大。在节理裂隙岩体中爆破时，为了使爆区矿岩破碎均匀，有必要使新自由面方向的抵抗线与坡面方向的抵抗线基本相等。根据桦子峪镁矿生产爆破中常出现根底的实际情况分析，对于 150mm 孔径的炮孔爆破，在初始裂隙不发育时，其抵抗线可取 4.0m，初始裂隙较发育时，抵抗线则降为 3.5m，因此，桦子峪镁矿的合理孔距范围应取 $a = 4.6 \sim 5.6\text{m}$ 。

在统计的十次生产爆破中，有三次爆破的炮孔直径为 250mm (No.1、No.8 和 No.10)，其大块率分别为 17.44%、23.65%、和 18.91%，比 150mm 孔径爆破的大块率都高，它们的 K_{50} 和 K_{80} 指标也最大，说明在节理裂隙发育的矿岩中爆破不宜采用大孔径。

桦子峪镁矿生产爆破采用的炸药单耗（最小为 0.23kg/t）比相同类型均质矿岩爆破的大，这也是造成爆破块度大的原因之一。由于该矿选取的孔距和抵抗线都偏小，过大的炸药单耗使得炮孔附近的矿岩过度破碎，并且过早地形成爆破主裂隙，引起爆生气体大量逸出，导致中、远区矿岩的有效作用压力降低，破裂比率下降，未能得到充分破碎。此外，由于炮孔周围矿岩的过度破碎，产生大量的后冲裂缝（这十次爆破的后冲距离一般大于 1.5m），给下次爆破的坡面上留下许多间距较大的张裂缝，这也是造成大块率过高的主要原因。虽然 No.2、No.5、No.9 三次爆破的爆区节理裂缝也比较发育、并且其炸药单耗较小（0.23 ~ 0.24kg/t），但是，爆破后的 K_{50} 、 K_{80} 及大块率都相对小些，说明可以适当降低该矿生产爆破的炸药单耗。

从表 1-2-25 中爆破块度分维数的变化发现，凡采用了孔间微差爆破，其块度分维数大多比齐发爆破的大。No.6、No.7 两次爆破的孔径相等，孔网参数和炸药单耗也基本相同，但由于 No.7 爆破采用了孔间微差，其块度分维数（2.1543）比 No.6 次齐发爆破时的分维数（2.0690）大，即前者的小块度含量多。No.7 次爆破中，60cm 块度级下的各级百分含量均比 No.6 的相应值大，且 K_{50} 指标也比 No.6 的小近 10cm。所以，采用 25ms 顺序微差起爆方式起到了改善爆破效果的作用。

综上所述，影响桦子峪镁矿爆破块度质量指标的主要因素是矿岩节理裂隙频数、孔

距、炸药单耗和抵抗线。在单排孔爆破条件下,要改善爆破效果,需要适当加大炮孔间距和抵抗线、降低炸药单耗。对于 150mm 孔径的单排孔顺序短微差爆破,孔距可加大至 4.6~5.6m,炮孔密集系数可取 1.31~1.41,炸药单耗可降低到 0.19~0.23kg/t₀。对于多节理裂隙的矿岩爆破,采用小孔径爆破将比大孔径爆破能获得更好的块度组成。桦子峪镁矿采用的短微差顺序起爆方式改善了爆破质量。

第五节 脆性介质爆破破坏机理

一、脆性介质的动力学特征

脆性介质主要指岩石、混凝土等,它是爆破作用的对象。炸药在介质中爆炸时,首先对其周围的介质施以冲击载荷(即动作用),而后是爆生气体对介质的膨胀压力(即静作用)。脆性介质在爆炸冲击载荷的作用下表现出与静载荷具有明显不同的动力学特征。由冲击载荷而引起的应力、应变和位移都是以波动形式传播的。

1. 脆性介质在爆炸冲击载荷作用下的应力-应变特性。脆性介质受爆炸冲击到破坏持续的时间极其短暂,具有很高的加载速度。这种情况下将产生很高的应力率和应变率。所谓应力率和应变率是指应力和应变对时间的变化率。一般认为,随着应变率的增加脆性介质的弹性模量亦增加,不同应变率下的脆性介质所具有的破坏强度不同。动态变形模量及强度大于静态值,应变率愈高其非弹性变形愈小,呈现脆性。而且极限抗压强度($\sigma_{\text{压}}$)最大,抗剪强度($\sigma_{\text{剪}}$)次之,抗拉强度($\sigma_{\text{拉}}$)最小。一般有如下关系 $\sigma_{\text{拉}} = (1/10 \sim 1/50) \sigma_{\text{压}}$, $\sigma_{\text{剪}} = (1/8 \sim 1/12) \sigma_{\text{压}}$ 。因此,我们应尽可能使脆性介质处于受拉或受剪状态,以利于爆破破碎,提高爆破效果。几种岩石的动、静载强度试验结果见表 1-2-27。

2. 爆炸应力波。炸药在岩石或其他介质中爆炸所产生的应力扰动称为爆炸应力波。炸药爆炸在岩石等脆性介质中激起的爆炸应力波在传播过程中,其能量随距离而衰减,主要是冲击波、应力波和地震波。可根据爆炸应力波的作用范围和破坏特征分为三个区,即冲击波作用区、应力波作用区和地震波作用区,如图 1-2-59 所示。在距爆源 $3 \sim 7r$ 的范围内为冲击波作用区。该区的特点是冲击波具有陡峭的波头,波阵面上介质状态参数发生突变,以超声速传播,使岩石等介质产生塑性变形或粉碎,因而消耗了大量的能量,爆炸应力波急剧衰减,破坏范围很小。在距爆源 $120 \sim 150r$ 的范围内为应力波作用区。此区的特点是冲击波衰减为压缩应力波,其波头及波阵面上介质状态参数的变化较为平缓,波速与介质中的声速相同,应力上升时间小于下降时间,介质处于非弹性状态,产生应力与变形,使介质破坏。因为应力波衰减较慢,破坏范围较大。 $150r$ 以外的区域为弹性震动区,应力波衰减为地震波。该区的特点是波阵面上介质状态参数实际上没有改变,波速等于介质中的声速,应力上升时间与下降时间大致相同,波的衰减缓慢,作用范围很大,只引起介质质点弹性振动,不产生破坏现象。冲击波和应力波均为脉冲波,不具有周期性,而地震波是具有周期性的弹性波。我们把介质的密度 ρ

与弹性纵波速度 c_p 的乘积 ρc_p 叫做介质的波阻抗。

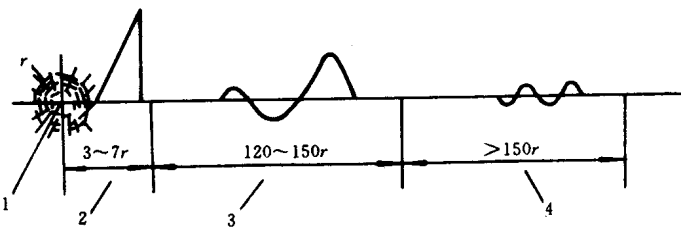


图 1-2-59 爆炸应力波及其作用范围

r —炸药包半径；1—爆源；2—冲击波；3—应力波；4—地震波

图 1-2-27 几种岩石的动、静载强度试验结果

岩石	质量/ $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$	波速/ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	抗压强度 /MPa		抗拉强度 /MPa		动载速度 /MPa \cdot s $^{-1}$	载荷持续 时间/ms
			静载	动载	静载	动载		
大理岩	2.7	4500 ~ 6000	90 ~ 110	120 ~ 200	50 ~ 90	20 ~ 40	$10^7 \sim 10^8$	10 ~ 30
砂岩(1)	2.6	3700 ~ 4300	100 ~ 140	120 ~ 200	8 ~ 9	50 ~ 70	$10^7 \sim 10^8$	20 ~ 30
砂岩(2)	2.0	1800 ~ 3500	15 ~ 25	20 ~ 50	2 ~ 3	10 ~ 20	$10^8 \sim 10^7$	50 ~ 100
砂岩(3)	2.7	4100 ~ 5700	200 ~ 240	35 ~ 50	16 ~ 23	20 ~ 30	$10^7 \sim 10^8$	10 ~ 20
辉绿岩	2.8	5300 ~ 6000	320 ~ 350	700 ~ 800	22 ~ 32	50 ~ 60	$10^7 \sim 10^8$	20 ~ 50
石英闪长岩	2.6	3700 ~ 5900	240 ~ 330	300 ~ 400	11 ~ 19	20 ~ 30	$10^7 \sim 10^8$	30 ~ 60

3. 应力波在界面处的垂直入射。当应力波垂直入射于界面时，应力波则发生反射和透射，如图 1-2-60 所示。在界面两侧，应力波的入射、反射和透射应满足下式：

$$\sigma_i + \sigma_r = \sigma_t \tag{1-21}$$

$$v_i - v_r = v_t \tag{1-22}$$

式中， σ 和 v 分别表示应力和质点移动速度，其下标 i 、 r 、 t 分别表示入射、反射和透射应力波。

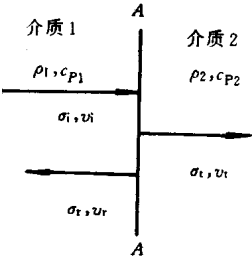


图 1-2-60 纵波的垂直入射

如果应力波为纵波，那么应力波波阵面上应力 σ 与密度 ρ 、质点移动速度 v 、波速 c_p 的关系为

$$\sigma = \rho c_p v \quad (1-23)$$

根据式 (1-23) 可得：

$$v_i = \frac{\sigma_i}{\rho_1 c_{p1}}, v_r = \frac{\sigma_r}{\rho_1 c_{p1}}, v_t = \frac{\sigma_t}{\rho_2 c_{p2}} \quad (1-24)$$

将式 (1-24) 代入式 (1-22) 得：

$$\frac{\sigma_i}{\rho_1 c_{p1}} - \frac{\sigma_r}{\rho_1 c_{p1}} = \frac{\sigma_t}{\rho_2 c_{p2}} \quad (1-25)$$

将式 (1-21) 与式 (1-25) 联立解得：

$$\sigma_r = \frac{\rho_2 c_{p2} - \rho_1 c_{p1}}{\rho_2 c_{p2} + \rho_1 c_{p1}} \sigma_i \quad (1-26)$$

$$\sigma_t = \frac{2\rho_2 c_{p2}}{\rho_2 c_{p2} + \rho_1 c_{p1}} \sigma_i \quad (1-27)$$

公式 (1-26) 和 (1-27) 表明，反射应力波和透射应力波的大小是界面两侧介质波阻抗 (ρc_p) 的函数，现分析讨论如下。

(1) 当界面两侧介质的波阻抗相等，即 $\rho_1 c_{p1} = \rho_2 c_{p2}$ 时， $\sigma_r = 0$ ， $\sigma_r = \sigma_i$ ，说明透射波与入射波性质相同，均为压缩应力波，并全部通过界面进入第二种介质，不产生波的反射。

(2) 当 $\rho_2 c_{p2} > \rho_1 c_{p1}$ 时，则 $\sigma_r > 0$ ， $\sigma_t > 0$ ，说明在界面上有反射波，也有透射波；如果 $\rho_2 c_{p2} \gg \rho_1 c_{p1}$ 时，则 $\rho_1 c_{p1}$ 可以忽略不计，即 $\sigma_r = \sigma_i$ ， $\sigma_t = 2\sigma_i$ 。这说明在界面上的反射应力波和透射应力波均与入射应力波的性质相同，均为压缩应力波，透射应力波是入射应力波的两倍。

(3) 当 $\rho_2 c_{p2} < \rho_1 c_{p1}$ 时，则 $\sigma_r < 0$ ， $\sigma_t > 0$ ，即在界面处既有透射压缩波，又有反射拉伸波。当 $\rho_2 c_{p2} = 0$ 或 $\rho_2 c_{p2} \ll \rho_1 c_{p1}$ 时，即应力波遇到自由面时，则 $\sigma_r = -\sigma_i$ ， $\sigma_t = 0$ ，反射波与入射波的符号相反、大小相等。即入射压缩波全部反射成拉伸波，而没有透射波产生。由于岩石等脆性介质的抗拉强度远远小于抗压强度，这种情况会引起介质的拉破坏，尤其 $\rho_2 c_{p2} = 0$ 的情况，充分说明自由面的存在对爆破作用的影响，对提高爆破能量利用率具有十分重要的意义。

4. 霍普金森 (Hopkinson) 效应。压缩应力波传播到自由面时，一部分或全部被反射回来，变成与压应力波传播方向相反的拉应力波。此时，反射拉应力波与入射压应力波产生叠加现象，当叠加后的拉应力达到介质的极限抗拉强度时，便产生反射拉断现象，这种现象称为霍普金森效应。

为了进一步说明由霍普金森效应引起的片落现象，我们以三角应力波 (波长为 λ 、波幅为 σ) 在岩石等脆性材料制成的长杆中传播为例加以说明。图 1-2-61 给出了反射拉应力波拉断长杆的过程。图中 $t = t_0$ 时，应力波尚未传到自由面，为压应力波； $t = t_1$ 时，入射压应力波刚到达自由面，此处因拉、压应力相抵消，应力为零； $t = t_2$ 时，压应力波反射成拉应力波，相向传播，产生应力波的叠加，叠加后的拉应力达到长

杆的极限抗拉强度时，便产生第一个拉断块，并以两倍于其质点移动速度抛出。如果能量足够大，应力波将继续传播，并在第一个拉断块所形成的新自由面（端）继续反射，如果叠加后的拉应力仍能达到长杆的极限抗拉强度，在新自由端又产生拉断，形成第二个拉断块。以此类推，直至叠加后反射拉应力值小于长杆的极限抗拉强度为止，拉断破坏停止。

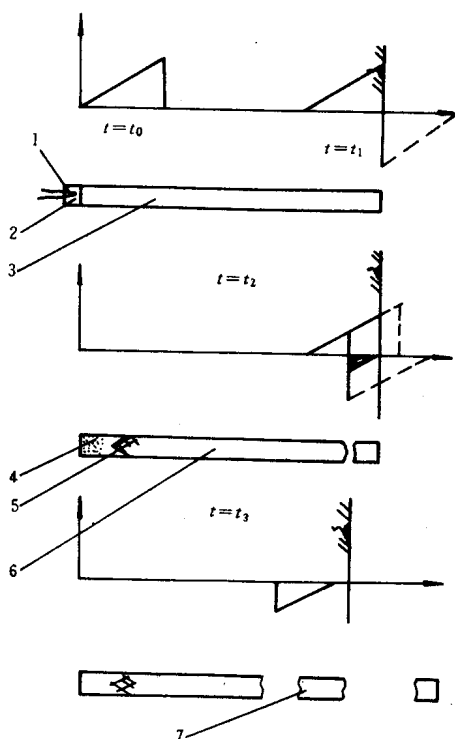


图 1-2-61 岩石长杆爆破拉断过程

1—雷管；2—炸药；3—岩石长杆；4—粉碎区；
5—裂隙区；6—振动区；7—片落区

5. 岩石可爆性分级。岩石可爆性是指岩石抵抗爆破作用的能力或爆破的难易程度。岩石可爆性分级是根据岩石可爆性的判据和指标，将岩石划分为可爆性等级。它是制定爆破定额、优化爆破设计和企业管理的科学依据之一。国内外对此进行了大量研究工作，提出了许多不同的判据和指标，以及相应的分级方法。下面就普氏系数分级和岩石爆破性指数分级作一介绍。

(1) 普氏系数分级。这一方法是苏联学者普氏提出来的。他通过长期的观察和测定，建立了一种岩石坚固性的抽象化概念。他认为岩石具有一种“坚固性”，它可以笼统地表征岩石的性质，坚固的岩石既难爆破又难凿岩。他使用坚固性系数来描述岩石的坚固程度，并以它为标准对岩石进行分级。普氏采用岩石强度、凿岩速度、凿碎单位体积岩石所消耗的功和单位炸药消耗量等多项指标，经过长期大量的测定，取其结果的平均值确定岩石的坚固性系数值，然后按值的大小将岩石分成十个等级，如表 1-2-28

所示。由于生产力和科学技术的飞速发展，普氏当年采用的多项指标已经过时，只剩下一个静载抗压强度指标沿用至今。现今的普氏坚固性系数直接用岩石单向抗压强度来确定：

$$f = R/100$$

式中： f ——普氏岩石坚固性系数（无量纲）；
 R ——岩石单向抗压强度。

（2）岩石爆破性指数分级。岩石爆破性是岩石本身物理力学性质和炸药性能、爆破参数和爆破工艺的综合反映。

因此，岩石爆破性是以能量平衡为准则。当爆破器材、参数、工艺等能量标准条件一定时，根据爆破漏斗的体积、大块率、小块率、平均合格率和岩体波阻抗的大量数据，运用数理统计的多元回归分析法，通过电子计算机计算，最终按下式求得岩石爆破性指数 F ：

$$F = \ln \left[\frac{e^{67.22} K_{\text{大}}^{7.42} (pc)^{203}}{e^{38.44V} K_{\text{平}}^{1.89} K_{\text{小}}^{4.75}} \right]$$

式中 F ——岩石爆破性指数；
 V ——岩石爆破漏斗体积，单位为 m^3 ；
 $K_{\text{大}}$ ——大块率，单位为 %；
 $K_{\text{平}}$ ——平均合格率，单位为 %；
 $K_{\text{小}}$ ——小块率，单位为 %；
 ρ_c ——岩石波阻抗，单位为 $10^5 \text{g/cm}^2 \cdot \text{s}$ ；
 e ——自然对数的底。

表 1-2-28 普氏岩石分级表

等级	坚固性程度	典型的岩石	f 值
I	最坚固	最坚固、细致和有韧性的石英岩、玄武岩及其他各种特别坚固岩石	20
II	很坚固	很坚固花岗岩、石英斑岩、硅质片岩、较坚固的石英岩，最坚固的砂岩和石灰岩	15
III	坚固	致密花岗岩、很坚固砂岩和石灰岩、石英质矿脉、坚固的砾岩、极坚固的铁矿石	10
III _a	坚固	坚固的石灰岩、砂岩、大理岩、不坚固花岗岩、黄铁矿	8
IV	较坚固	一般的砂岩、铁矿	6
IV _a	较坚固	砂质页岩、页岩质砂岩	5
V	中 等	坚固的粘土质岩石、不坚固的砂岩和石灰岩	4
V _a	中 等	各种不坚固的页岩、致密的泥灰岩	3
VI	较软弱	软弱的页岩、很软的石灰岩、白垩、岩盐、石膏、冻土、无烟煤、普通泥灰岩、破碎砂岩、胶结砾岩、石质土壤	2

续表

等级	坚固性程度	典型的岩石	f 值
Ⅵ _a	较软弱	碎石质土壤、破碎页岩、凝结成块的砾石和碎石、坚固的煤、硬化粘土	1.5
Ⅶ	软 弱	致密粘土、软弱的烟煤、坚固的冲积层、粘土质土壤	1.0
Ⅶ _a	软 弱	轻砂质粘土、黄土、砾石	0.8
Ⅷ	土质岩石	腐植土、泥煤、轻砂质土壤、湿砂	0.6
Ⅸ	松散性岩石	砂、山麓堆积、细砾石、松土、采下的煤	0.5
X	流沙性岩石	流沙、沼泽土壤、含水黄土及其他含水土壤	0.3

按岩石爆破性指数 F 值的大小 ,可将岩石分为五级 ,如表 1-2-29 所示。

这种爆破性分级方法是以能量平衡为准则 ,又可在现场进行测定 ,因而是可行的。存在的问题是块度测定工作的劳动强度大 ,并有一定的随机性 ,求算指数的计算式还不够简便。

表 1-2-29 岩石爆破性分级

级别		爆破性指数 F	爆破性程度	代 表 性 岩 石
Ⅰ	Ⅰ ₁	< 29	极易爆	千枚岩、破碎性砂岩、泥质板岩、破碎性白云岩
	Ⅰ ₂	29.001 ~ 38		
Ⅱ	Ⅱ ₁	38.001 ~ 46	易爆	角砾岩、绿泥岩、米黄色白云岩
	Ⅱ ₂	46.001 ~ 53		
Ⅲ	Ⅲ ₁	53.001 ~ 60	中等	阳起石石英岩、煌斑岩、大理岩、灰白色白云岩
	Ⅲ ₂	60.001 ~ 68		
Ⅳ	Ⅳ ₁	68.001 ~ 74	难爆	磁铁石英岩、角闪斜长片麻岩
	Ⅳ ₂	74.001 ~ 81		
Ⅴ	Ⅴ ₁	81.001 ~ 86	极难爆	砂卡岩、花岗岩、矿体浅色砂岩
	Ⅴ ₂	> 86		

二、脆性介质爆破破坏机理

在矿山、水利、建筑及交通等工程中均涉及岩石等脆性介质破碎的问题 ,爆破是使用最频繁、也是最有效的手段。为了改善爆破效果 ,确定合理的爆破参数以及提高炸药的能量利用率和获得最优的技术、经济指标 ,就必须研究脆性介质在爆炸作用下的破坏机理。

1. 爆破破坏机理的几种假说。关于岩石等脆性介质爆破破坏机理,有许多假说,按其基本观点,归纳起来有爆生气体膨胀压力破坏理论、反射拉应力波破坏理论及反射拉应力波和爆生气体压力共同作用理论三种。

(1)爆生气体膨胀压力破坏理论。该理论认为,炸药爆炸所引起脆性介质(岩石等)的破坏,主要是由于爆生气体的膨胀压力做功的结果。炸药爆炸时,爆生气体迅速膨胀,对炮孔壁作用一个极高的压力,在炮孔周围介质中形成一个压应力场,使介质质点发生径向位移。如果由径向位移衍生出来的切向拉应力超过介质的抗拉强度,则在岩石等介质中产生径向裂隙。如果在药包附近有自由面存在,则介质移动的阻力在最小抵抗线方向上最小,而质点移动的速度最大。在阻力不等的不同方向上,质点移动的速度不同,从而引起剪切应力。如果该剪应力超过了介质的抗剪强度,则介质将发生剪切破坏。因此,若药室中的爆生气体压力还足够大,则破碎岩块将沿径向方向抛掷出去。

该理论只强调爆生气体压力的准静态作用而忽视应力波对介质的动作用,这是不符合实际的。例如,当用外敷药包炸大块孤石时,仍能使岩石发生破碎。此时,由于爆生气体的膨胀几乎不受限制,故其对破岩所起的作用几乎可以忽略。这时若用爆生气体压力破坏理论来解释岩石发生破坏的原因,就显得不太全面了。

(2)反射拉应力波破坏理论。这种理论认为,脆性介质的爆破破坏主要是由爆炸压应力波传播到自由面反射变成拉应力波造成对介质破坏所致。我们知道,脆性介质抗拉强度远远小于其抗压强度,如果反射拉应力波形成的拉应力超过介质的抗拉强度,便发生从自由面向药包方向层层拉断破坏(俗称片落)。

该理论虽能解释实际工程中出现的一些现象(如爆破时在自由面处常发现片裂、剥落等现象),但它与爆生气体压力破坏理论一样,只强调爆破的动作用,同样是比较片面的。

(3)反射拉应力波和爆生气体压力共同作用理论。该理论认为,反射拉应力波和爆生气体压力都是引起介质破坏的重要原因,二者之间既密切相关又互有影响,它们分别在介质破坏过程中的不同阶段起着重要作用。一般来说,炸药对介质的破坏首先是爆炸应力波的动作用,然后是爆生气体压力的静作用。

爆破工程实践证明,这种理论对介质爆破破坏所作的解释较为符合实际情况,因而为大多数研究者所接受。

2. 爆破作用圈。装药中心到自由面的垂直距离称为最小抵抗线。对于一定的装药来说,若其最小抵抗线超过某一临界值,则炸药爆炸在自由面上看不到爆破的迹象,爆破作用只发生在介质内部,我们把这种作用称为爆破的内部作用。根据介质的破坏特征,单个球形药包爆破的内部作用可在爆源周围形成压碎圈、裂隙圈和震动圈,如图 1-2-62 所示。

压碎圈。药包爆炸时,在药包周围的介质上作用一峰值很高的脉冲压力,并在紧靠药包附近的区域激起一股强烈的冲击波。在冲击波的超高压(一般可达几万 MPa)作用下,介质结构遭到严重破坏,并粉碎成微细粒子,从而形成压碎圈或粉碎圈。该作用圈的半径很小,但由于介质遭到强烈粉碎,产生塑性变形或剪切破坏,消耗能量却很大。因此,为了充分利用炸药的爆炸能,应尽可能控制或减少压碎圈的形成。

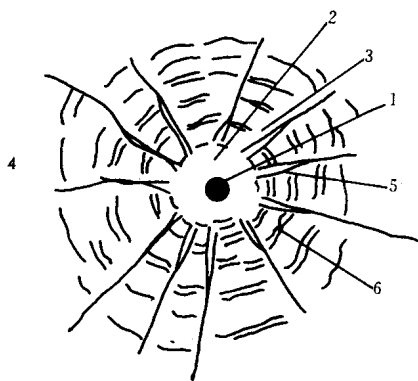


图 1-2-62 爆破作用圈

1—药包 2—压碎圈 3—裂隙圈 4—震动圈 5—径向裂隙 6—环向裂隙

裂隙圈。压碎圈形成后，冲击波衰减为压应力波，其压力已低于介质的抗压强度，不再产生压破坏，但仍可使压碎圈外的介质产生径向压缩，引起介质质点的径向位移和径向扩张。并由此衍生出切向拉应力。因为脆性介质的抗拉强度比抗压强度小，如果该切向拉应力值超过介质的抗拉强度便形成与压碎圈贯通的径向裂隙。

在冲击波、应力波作用下，介质受到强烈的压缩，积蓄了一部分弹性变形能。随压碎圈形成、径向裂隙展开、压力迅速下降达到一定程度时，原先在药包周围的介质被压缩过程中积蓄的弹性变形能释放出来，并转变为卸载波，形成与压应力波作用方向相反的向心拉应力，使介质质点产生反向的径向移动。当此向心拉应力大于介质的抗拉强度时，则在已形成的径向裂隙间产生环状裂隙。

在径向裂隙与环向裂隙形成的同时，由于径向应力与切向应力作用的结果，还可能形成剪切裂隙。这些是爆炸应力波的动作用破坏的结果。

爆生气体跟在冲击波后面以准静态压力形式作用于炮孔壁，并在高压作用下挤入由应力波形成的径向裂隙中，像尖劈一样使裂隙扩张与延伸，并在裂隙的尖端引起应力集中，迫使裂隙进一步扩展。此外，爆生气体的作用时间较长，它在炮孔壁周围介质中形成的准静态应力场，也有助于裂隙的进一步发育。

爆炸应力波作用首先形成了初始裂隙，接着爆生气体的膨胀、挤压、尖劈作用助长了裂隙的延伸、扩张和发育，只有当应力波与爆生气体衰减到一定程度后才能停止裂隙扩展。这样，随着径向裂隙、环向裂隙和剪切裂隙的形成、扩展、贯通，纵横交错、内密外疏、内宽外细的裂隙网将介质分割成大小不等的碎块，形成了裂隙圈。该作用圈是由拉、剪破坏形成的，其作用半径较压碎圈大。

综上所述，应力波和爆生气体对介质的破坏都起着重要作用。一般地说，在高阻抗介质、高猛度炸药、耦合装药或不耦合系数较小的条件下，应力波的破坏作用是主要的，但在低阻抗介质、低猛度炸药，装药不耦合系数较大的条件下，爆生气体的准静态压力破坏作用则是主要的。

震动因。炸药爆炸所产生的能量在压碎圈和裂隙圈内消耗了很多。在裂隙圈以外的介质中不再对介质产生破坏作用而只能使介质质点发生弹性振动，直到弹性振动波的能

量完全被介质吸收为止。该作用圈的范围比前两个大得多 称为震动圈。

在爆破工程中,为了提高爆破能量利用率,减小爆破危害,应尽可能控制或减少压碎圈和震动圈的形成,加强裂隙圈的破坏。

3. 爆破漏斗形成机理。若装药的最小抵抗线小于其临界抵抗线,即炸药在自由面附近爆破,炸药爆炸后形成一个倒锥形凹坑,即爆破漏斗。它是爆破破坏的基本形式。

球形药包在自由面附近爆破时,可产生压碎区、裂隙区、片落区、爆破漏斗和地震区。

在均质坚固的岩石等脆性介质内,当有足够的炸药能量,并与介质爆破性互相匹配时,在装药最小抵抗线小于其临界抵抗线爆破条件下,炸药爆轰产生二三千度以上的高温 and 几万兆帕的高压,形成每秒几千米速度的爆轰波和应力场。作用在紧靠药包的岩壁等介质上,使药包附近的介质被挤压、击碎成为微小粉末,形成压碎区。

此后,冲击波衰减为压应力波,继续在介质内自爆源向四周传播,相应地产生介质质点的径向位移,构成径向压应力和切向拉应力场。由于介质抗拉强度远远小于抗压强度,当切向拉应力超过介质的抗拉强度时,在该处产生拉断,形成与粉碎区贯通的径向裂隙。接着高温高压爆生气体的膨胀尖劈作用助长了径向裂隙的扩展,由于爆生气体继续膨胀,压力迅速下降。当爆源的压力下降到一定程度时,原先在药包周围介质被压缩过程中积蓄的弹性变形能释放出来,并转变为卸载波,形成朝向爆源的径向拉应力。当此拉应力超过介质的抗拉强度时,便形成环向裂隙。在形成径向裂隙与环向裂隙同时,径向应力和切向应力共同作用的结果,又形成剪切裂隙。自由面的存在,使沿最小抵抗线方向周围的岩石等介质位移不均匀,产生剪应力,当该剪应力超过介质的抗剪强度时,形成剪裂隙。于是,纵横交错的裂隙,将介质切割破碎,构成了破裂区。

当应力波向外传播到达自由面,则产生反射拉应力波,该拉应力大于岩石等介质的抗拉强度时,在自由面的介质被拉断形成片落区。

在径向裂隙的控制下,破裂区一直扩展到自由面,或者破裂区和片落区相连接形成连续性破坏。与此同时,大量的爆生气体继续膨胀,将最小抵抗线方向的岩石等介质表面鼓起、破碎、抛掷,最终形成倒锥形的凹坑即爆破漏斗,如图 1-2-63 所示。

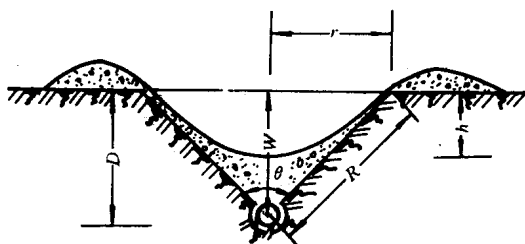


图 1-2-63 爆破漏斗及几何参数

4. 爆破漏斗的几何参数以及爆破作用指数。球形药包在自由面条件下形成爆破漏斗的几何参数如图 1-2-63 所示。其中爆破漏斗三要素是指最小抵抗线 w 、爆破漏斗半径 r 和爆破漏斗作用半径 R 。

随着炸药量的增加,或者最小抵抗线的减小,或者介质(岩石等)可爆性较好,被破碎

的岩块一部分抛出漏斗外,形成爆堆;另一部分岩块抛出之后又回落爆破漏斗内。在工程爆破中我们把爆破漏斗半径 r 和最小抵抗线 W 的比值称为爆破作用指数 n ,即 $n = r/W$ 。

爆破漏斗是一般工程爆破最普遍、最基本的形式。一般地说,最小抵抗线一定时,爆破作用愈强,所形成的爆破漏斗半径愈大。相应地,爆破漏斗内介质的破碎和抛掷作用也随之增强。根据爆破作用指数值的大小,爆破漏斗有如下四种基本形式,如图 1-2-64 所示。

松动爆破漏斗。爆破漏斗内的岩石等介质被破坏、松动,并不抛出坑外,不形成可见地爆破漏斗坑。此时 $n \approx 0.75$ 。它是控制爆破常用的形式。当 $n < 0.75$,不形成从药包中心到自由面的连续破坏,不形成爆破漏斗,如图 1-2-64 所示。

减弱抛掷(加强松动)爆破漏斗。爆破漏斗半径 r 小于最小抵抗线 W ,即 $0.75 < n < 1$,成为减弱抛掷爆破漏斗,又称加强松动爆破漏斗,如图 1-2-64b 所示。

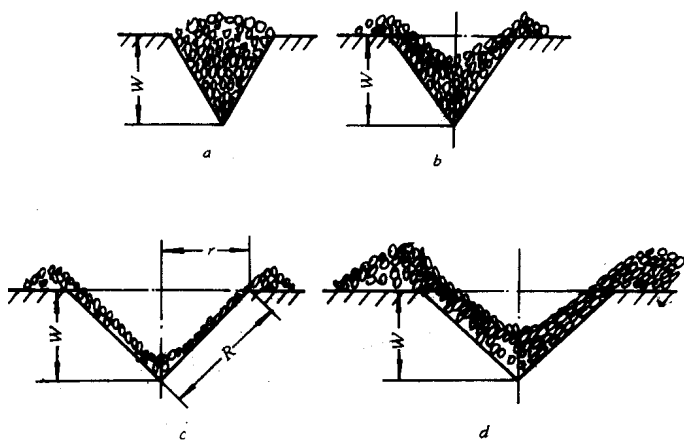


图 1-2-64 爆破漏斗类型

a—松动爆破漏斗;b—减弱抛掷爆破漏斗;
c—标准抛掷爆破漏斗;d—加强抛掷爆破漏斗

标准抛掷爆破漏斗。爆破漏斗半径 r 与最小抵抗线 W 相等,即爆破作用指数 $n = 1$,如图 1-2-64(c)所示。

加强抛掷爆破漏斗。爆破漏斗半径 r 大于最小抵抗线 W ,即爆破作用指数 $n > 1$ 。当 $n > 3$ 时,爆破漏斗的有效破坏范围并不随 n 值的增加而明显增大。实际上,这时炸药的能量主要消耗在岩块等介质的抛掷上。因此, $n > 3$ 已无实际意义。所以,爆破工程中加强抛掷爆破漏斗的作用指数为 $1 < n < 3$,如图 1-2-64(d)所示。

5. 成组药包爆破时脆性介质的爆破破坏机理。前面讨论了单药包爆破时岩石等介质爆破破坏机理。而在实际工程爆破中常采用成组药包爆破。成组药包爆破破坏机理要比单药包爆破时复杂得多,因此,研究成组药包的爆破破坏机理对于合理选择爆破参数具有重要意义。但是,这方面的理论研究工作还做得很不够,许多生产中的实际问题还不能从理论上予以圆满解释。

由于爆破破坏过程难以进行直接观测,为此,在光学活性材料(如有机玻璃)中用微型

药包进行了模拟试验,同时用高速摄影装置将光学活性材料试块的爆破破坏过程记录下来。试验结果表明,当多个药包齐发爆破时,在最初几微秒时间内应力波以同心球状从各起爆点向外传播。经过一定时间后,相邻两药包爆轰引起的应力波相遇,并产生相互叠加,出现复杂的应力波状态,应力重新分布,沿炮孔连心线的应力得到加强,而炮孔连心线中心两侧附近则出现应力降低区。

两个药包齐发爆破时,激起的压应力波沿两炮孔的连心线相向传播,相遇时发生相互叠加,结果沿炮孔连心线的压应力 $\sigma_{\text{压}}$ 相互抵消,拉应力 $\sigma_{\text{拉}}$ 得到加强,如图 1-2-65 所示。若两炮孔相距较近,叠加后的拉应力超过介质的抗拉强度,则沿炮孔连心线产生径向裂隙,使两炮孔相互贯通。爆轰气体产物的准静压作用,使两炮孔连心线上各点均产生很大的切向拉伸应力,在炮孔连心线和炮孔壁相交处产生应力集中,其拉应力最大,如图 1-2-66 所示。因而拉伸裂隙首先出现在炮孔壁,然后沿炮孔连心线向外延伸,贯通两个炮孔。此外,由于应力波的叠加作用,在两药包的辐射状应力波作用线正交处应力相互抵消,产生应力降低区,如图 1-2-67 所示。

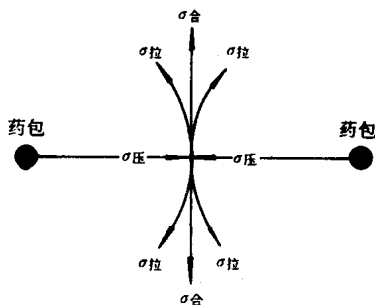


图 1-2-65 应力加强示意图

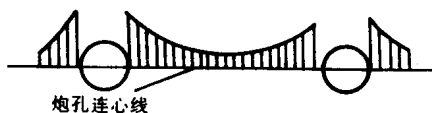


图 1-2-66 拉应力集中

由此可见,适当增大孔距,并相应地减小最小抵抗线,避免孔间过早贯通,并使应力降低区排除在自由面之外的空中,有利于爆破效果的改善。

成组药包的齐发爆破所产生的应力波相互作用的情况更为复杂。多排成组药包齐发爆破时,爆破自由面不够充分,因而受到较大的夹制作用。正是因为这个缘故,多排成组药包的齐发爆破效果不好。在多排成组药包爆破时,采用迟发爆破较好,尤其采用微差起爆技术可以获得良好的爆破效果。

6. 装药量计算原理。计算装药量常采用体积法则。其内容是,在一定的炸药和岩石等介质条件下,爆落的岩石等介质体积同所用的装药量成正比,即:

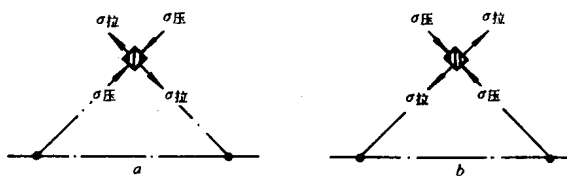


图 1-2-67 应力降低区的分析

$$Q = qV \quad (1-28)$$

式中： Q ——装药量；
 q ——单位炸药消耗量；
 V ——爆破漏斗体积。

如果药包是集中药包(药包形状接近于球形或立方体的药包叫集中药包,而药包长度大于其最短边的 6 倍时,则叫延长药包或长条药包)标准抛掷爆破漏斗,爆破作用指数 $n = 1$ 即 $r = W$, 爆破漏斗体积为:

$$V = \frac{\pi r^2}{3} W \approx W^3 \quad (1-29)$$

把式(1-29)代入(1-28)得,标准抛掷爆破漏斗的装药量计算式为:

$$Q_{\text{标}} = qW^3 \quad (1-30)$$

适用于各种类型的抛掷爆破漏斗的装药量计算式为:

$$Q_{\text{抛}} = f(n)qW^3 \quad (1-31)$$

式中: $f(n)$ ——爆破作用指数的函数。

函数 $f(n)$ 的表达式有许多,其中目前应用较广的经验公式是 $f(n) = 0.4 + 0.6n^3$
 故适用于各种类型的抛掷爆破漏斗的装药量计算式也可表示为:

$$Q_{\text{抛}} = (0.4 + 0.6n^3)qW^3 \quad (1-32)$$

对于松动爆破漏斗的装药量,更为适合的经验公式为:

$$Q_{\text{松}} = (0.33 \sim 0.55)qW^3 \quad (1-33)$$

上面所述装药量计算公式,是以单自由面和单药包爆破为前提的,然而在实际爆破工程中常常是用多药包成组爆破,而且为了改善爆破效果,通常都是利用多个自由面进行爆破,这样就使爆破漏斗的形状变得更加复杂。在计算装药量时,应按具体情况确定每一个药包所能爆下的体积,分别求出每一个药包的装药量,然后进行累计,从而得出总装药量。

单位炸药消耗量 q 是爆破工程中一个重要的技术经济指标,受许多因素的影响。确定 q 的方法较多,爆破工程中常采用的方法有:查表法、经验类比法、经验公式法和现场标准抛掷爆破漏斗试验法。通常,需对影响单位炸药消耗量的诸因素进行综合分析,方能确定出爆破设计所需要的单位炸药消耗量。

三、影响爆破效果的因素

在爆破工程中,为了提高炸药能量的有效利用率,改善爆破效果,有必要对影响爆破

效果的各种因素进行全面的分析,以指导爆破工作的进行。

影响爆破效果的因素很多,主要有炸药爆炸特性、岩石等介质的爆破特性以及爆破参数与工艺。

1. 炸药爆炸特性对爆破效果的影响。对爆破效果有影响的炸药爆炸特性主要有炸药密度、爆速、炸药的爆力与猛度、炸药波阻抗、爆轰压力、爆炸压力、爆炸气体体积等。其中有的前面已述及,此处不再重复。

爆轰压力。它是影响爆破效果的重要因素之一。一般地说,爆轰压力愈高,在岩石等介质中激起的爆炸应力波值也愈大,以应力波形式传递的爆轰能量就愈多,因此在岩石中可产生较高的应力和应变,有利于改善爆破效果。然而,过高的爆轰压力将增大粉碎区,降低裂隙区的爆破效果和范围,增加震动区的震动强度。因此,选用的炸药爆轰压力以能满足应力波强度使岩石破裂即可。

爆炸压力。它是影响爆破效果的又一重要因素。爆炸压力的大小与爆轰气体产物的体积、温度和炮孔约束条件有关。由于炸药爆轰过程极其短暂,常在岩石破碎过程尚未完成之前即行结束,所以爆轰压力作用时间远不如随后达到的爆炸压力作用时间长。在较软弱的岩石中爆破时,较长作用时间的爆炸压力对改善爆破效果更为重要,此时,在较低应力作用下,岩石就开始产生裂隙,然后在爆生气体的较长时间作用下裂隙继续扩展与延伸。

2. 岩石等介质的爆破特性对爆破效果的影响。岩石等介质是爆破的对象。其爆破特性是影响爆破效果的重要因素,如介质的密度、强度、脆性和弹、塑性、结构构造以及可爆性等。它们不但能反映出在爆破作用下岩石介质中应力在时间上和空间上的分布状况,而且最终影响到单位炸药消耗量的大小,以及爆破岩石块度级配、抛掷距离等结果。

3. 爆破参数与工艺对爆破效果的影响

爆破参数与工艺是影响爆破效果的主要因素,如自由面的数目与位置、最小抵抗线、炮孔密集系数、炮孔超深和装药结构、炮孔堵塞质量、起爆间隔时间和起爆药包位置等。

自由面的大小与数量。自由面的大小与数量对爆破效果影响显著。自由面愈大数量愈多,与爆源的距离适宜,岩石的爆破阻力就小,有利于岩石爆破破碎。

最小抵抗线和炮孔密集系数的大小对爆破效果至关重要。最小抵抗线过大,岩石抵抗爆破作用的阻力增强,反之,又易产生飞石等危害。因此,选取合理的抵抗线是提高爆破效果的关键。炮孔密集系数是孔距与抵抗线的比值。它是评价相邻两炮孔间距关系的系数,对于优化爆破参数,充分利用爆破能量开裂、破碎岩石,改善爆破效果,具有实际意义。

装药结构。改变装药结构可影响炸药的爆表性能和爆破作用,从而有利于提高炸药能量利用率。一般工程爆破中常用的装药结构有耦合装药、不耦合装药和轴向空隙或惰性介质间隔装药三种方式。

耦合装药是按设计的炮孔装药长度施行全断面密实装药,即炮孔直径与药包直径的比值等于1。这是目前生产中应用最广泛的一种装药结构,其炸药的爆轰压力值较高,爆破作用猛烈,对岩石等介质爆破破坏影响显著。

不耦合装药是沿药卷周边与炮孔壁间预留环状空气间隙,常用炮孔直径与药包直径

之比(即不耦合系数)表示。该值反映了药包在炮孔中与炮孔壁的接触状况,不耦合系数大于1。不耦合装药时,爆轰波通过空气介质传递到岩石等介质中去,空气间隙犹如气垫一样,将爆轰初始阶段的气体产物的一部分能量贮存起来,这样就削弱了炮孔初始压力峰值。而后受压气垫又将大量贮存的能量释放出来做功,从而延长了爆轰气体产物作用时间。不耦合装药结构能够比较均匀地降低炮孔壁上所承受的峰值压力,有助于保护孔壁少受径向爆破裂隙的破坏。这种装药结构多用于预裂爆破、光面爆破等控制爆破。

轴向空隙或惰性介质间隔装药是沿炮孔轴向预留空气间隔或充填某一惰性介质间隔的装药结构。由于炮孔中预留空气或惰性介质间隔,爆破时可以降低炮孔壁上受到的压力,延长爆轰气体作用时间。这种装药结构比较简单,炮孔的线装药密度分布均匀,爆破破碎块度适宜,从而降低单位炸药消耗量。这种装药结构多用于深孔爆破。

炮孔堵塞质量。裸露药包爆破时,爆轰气体产物迅速扩散,此时紧贴药包的岩石主要是在冲击波作用下破坏,无用功消耗很大。良好的堵塞可以阻止爆轰气体产物过早地从装药空腔冲出,保证在岩石破裂之前使装药空腔内保持高压状态,这样可以增加有效破碎能量。一般在堵塞质量良好的炮孔中,爆速和殉爆距离明显提高,当使用较低爆速的炸药时尤为显著。因此,一般情况下应保持足够的堵塞长度和质量,如使堵塞长度大于抵抗线等。

起爆顺序。成组药包爆破时,各个药包的起爆先后顺序对岩石等介质爆破破坏作用的影响非常重要。先起爆的药包将一部分岩石破裂破碎并抛移一定距离,为后起爆药包的爆破岩石创造了新的自由面。如果采用的起爆顺序不当或起爆器材质量低劣及施工操作疏漏,破坏了起爆顺序,造成爆破过程的紊乱现象,使爆破效果变坏甚至产生爆破事故。

岩石等介质是在冲击波和爆生气体造成的应力场作用下破碎的,不同的爆破方法,岩石的破裂破碎过程是不相同的。如齐发爆破、秒延期爆破与毫秒延期(微差)爆破的岩石破坏物理过程各不相同,尤其微差爆破利用先行起爆药包形成的应力场,加强了后续起爆药包的爆破破碎作用,大大改善了爆破效果。

起爆药包位置。起爆药包置于炮孔装药部分的位置,不仅与炸药能量的充分释放密切相关,而且决定了爆轰波传播方向和岩石中的应力分布,促使破裂裂隙的发展,提高岩石破碎效果。在柱状装药爆破中,主要有两种起爆药包位置和起爆方向。一种是起爆药包位于孔口第二个药卷处,这样装药比较方便,而且节省起爆材料。另一种是起爆药包布置在孔底第一或第二个药卷位置,起爆后,爆轰波自孔底向孔口方向传播,有利于消除“残孔”现象。药室爆破时,通常将起爆体设置在装药的几何中心位置,如果药量大时,须将起爆体的数量增加。

四、提高炸药能量利用率

试验研究和生产实践表明,炸药在岩石等介质内爆炸后,其能量分配为:克服介质内部的凝聚力,使原生或次生裂隙形成、扩展与破裂,将岩石等介质破碎推移或抛掷形成爆破漏斗,并形成一定的粒级分布和爆堆;产生地震效应、飞石、空气冲击波和热扩散等。前者为爆破的有用功,一般仅占爆炸能量的10%左右。后者作为无用功能量被损失掉,并时常造成爆破公害。因此,设法提高炸药能量利用率,对改善爆破效果具有重要的实际意

义。

提高炸药能量利用率涉及两个方面的问题,一是使炸药固有能量在其爆轰过程中的充分释放;二是对已释放出来的炸药能量的充分利用,有效地破碎岩石等介质。前者与炸药的爆轰状态及其爆轰波传播过程有关,后者则与岩石等介质中的爆破特性以及爆破参数、工艺相关。这两个过程密切相关,前一过程是后一过程的基础。只有炸药在爆轰反应过程中将其能量充分地释放出来,才有可能充分地利用释出能量来有效地破碎岩石。因此,为了改善爆破效果和提高炸药能量利用率,可以采用如下技术措施:

1. 改善炸药起爆条件,力求使其达到理想爆轰状态,充分释放出炸药的能量;
2. 提高炸药的防潮抗水能力,防止炸药变质,提高炸药质量;
3. 对爆破对象进行科学的可爆性分级;
4. 优化爆破参数,保证堵塞质量,有效利用炸药能量;
5. 根据爆破性质,合理地进行炸药波阻抗与介质波阻抗的匹配;
6. 合理选择炮孔起爆顺序与间隔时间等。

由于爆破效果受到诸多因素的制约,为了提高炸药能量利用率,应该采取综合技术措施予以实现。应根据岩石等介质爆破破坏机理和爆破作用的等能原理,降低爆破初始压力峰值,同时延长爆破作用时间,以减小消耗在爆破压碎区的能量,增加爆破裂隙区的破坏,降低爆破振动强度,是提高炸药能量利用率、改善爆破效果的有效途径。

第六节 爆破问题的动力学方程及应用

爆破岩石是一个复杂的动力学过程,其理论解,也就是动力学方程的建立和求解过程。为了给研究人员提供一些方便,这里将重点介绍杨秀敏院士整理推导的直角坐标、圆柱坐标和球面坐标三种坐标系的欧拉形式动力学基本方程,此外,还介绍可以给解析工作带来方便的拉格朗日形式的动力学方程,同时简单地介绍一下状态方程和屈服条件(破坏判据),顺便提及一下边界条件、初始条件和定解条件,并通过一个算例把理论解的架构作一个介绍。

一、欧拉形式的动力学基本方程

研究动荷载作用下连续介质的运动规律时,与静力学问题的最大差别,就在于除了空间变量 x 、 y 、 z 以外,引进了时间变量 t ;也就是说,不仅要研究在外荷载作用下各物理量沿空间位置的分布规律,而且还要研究这些物理量随时间而变化的规律。在变化过程中,任一介质微团的各物理量之间将永远遵循质量、动量、能量三个守恒定律,据此,推导出了连续介质动力学中的基本方程。所谓欧拉坐标系,就是我们在空间选取一个固定不动的空间体元,观察介质运动经过这一体元时各种参数随时间的变化规律以及在同一时刻,空间不同体元之间的差异。

1. 直角坐标系中欧拉形式的动力学方程组

(1) 连续方程。在直角坐标中选取一固定单元正六面体,根据质量守恒定律,在所观

察的时间间隔之内,体元的质量变化,应等于通过 6 个表面流入和流出该体元的质量之和,由此导出连续方程:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (1-1)$$

(2)运动方程。根据动量守恒定律,在观察的时间间隔之内,体元全部质量沿某一方向的动量变化,应等于通过体元的各外表面沿相同方向流进或流出该体元的动量之和,加上作用在该体元各外表面的外力(应力)沿同一方向所引起的冲量之和,由此导出三个坐标方向上的运动方程式

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{dv_x}{dt} &= \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \\ \rho \frac{dv_y}{dt} &= \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \\ \rho \frac{dv_z}{dt} &= \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

(3)能量方程。在直角坐标中选取一固定的单元正六面体,观察介质流经此空间体元时能量所发生的变化。根据能量守恒定律,在所观察的时间间隔之内,体元内总能量的变化量,应该等于通过该体元外表面流进体元内的总能量,加上作用在该体元各外表面上外力(应力)沿着力的作用线方向于 dt 时间内所作的功。在推导过程中规定:1)流经体元各外表面时的介质速度与坐标轴方向相同;2)作用在各外表面上的应力分量均取正方向,法向应力以拉为正,剪应力按顺时针法则取正;3)能量变化量的符号以介质流进体元为正,反之为负;4)应力所作功的符号以应力与速度方向一致者为正,反之为负;5)不考虑重力所作的功;6)不计热传导、热辐射等热交换,即将过程视为是绝热(但不一定是等熵)的;7)对于可变形的固体介质而言,当出现塑性变形后,就成为不可逆的过程;8)我们认为,单位介质所具有的总能量 E ,可分为动能 e_d 和内能 e_n ,而 e_n 又可分成两部分:体积变形能 e_v 和剪切变形能 e_s 。屈服以后的塑性剪切变形能 e_s^p 全部转化为热能,使系统的温度升高,从而在体积变形能 e_v 中体现出来。由此,可以导出能量守恒方程式如下:

总能:

$$\begin{aligned} \rho \frac{dE}{dt} &= v_x \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) + v_y \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) \\ &+ v_z \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right) + \left(\sigma_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + \sigma_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \\ &+ \tau_{xy} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) + \tau_{yz} \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) + \tau_{xz} \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (1-3)$$

动能:

$$\begin{aligned} \rho \frac{de_d}{dt} &= v_x \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) + v_y \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) \\ &+ v_z \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (1-4)$$

内能：

$$\begin{aligned} \rho \frac{de_n}{dt} = & \left(\sigma_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + \sigma_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \tau_{xy} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \\ & + \tau_{yz} \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) + \tau_{zx} \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (1-5)$$

以上三个方程组成直角坐标系中欧拉形式动力学方程组。

(4) 平面一维条件下的动力学方程组, 在一维条件下 $\sigma_x = p$, $\tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$, $\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} = 0$, $\epsilon_y = \epsilon_z$ 动力学方程组可简化为：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial v_x}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial E}{\partial t} + v_x \frac{\partial E}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \left(v_x \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \sigma_x \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

内能的守恒式：

$$\left. \begin{aligned} \frac{de_v}{dt} &= -\frac{P}{\rho} \frac{\partial v_x}{\partial x} \\ \frac{de_s^e}{dt} &= \frac{1}{\rho} \left(S_x \frac{de_x^e}{dt} + 2S_y \frac{de_y^e}{dt} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

以上各式中

ρ ——介质密度；

v ——质点运动速度 v_x, v_y, v_z 为速度在 x, y, z 的分量

σ ——正应力 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 分别表示 x, y, z 方向的正应力

τ ——剪应力 $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ 表示在 xy 面、 yz 面、 zx 面的剪应力。

e_s^e ——弹性畸变能 e_x^e, e_y^e, e_z^e 表示在 x, y, z 方向的分量

2. 圆柱坐标系中欧拉形式的动力学方程组

(1) 一般形式的动力学方程组。在同样的假定条件下, 经过类似的推导过程, 可得圆柱坐标下的动力学方程组如下：

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} + \rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) &= 0 \\ \rho \frac{dv_r}{dt} &= \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} \\ \rho \frac{dv_\theta}{dt} &= \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} \\ \rho \frac{dv_z}{dt} &= \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} \\ \rho \frac{dE}{dt} &= v_r \left(\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} \right) \\ &+ v_\theta \left(\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

$$\begin{aligned}
& + v_z \left(\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} \right) \\
& + \left(\sigma_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \sigma_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \sigma_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\sigma_\theta v_r}{r} \right) \\
& + \tau_{r\theta} \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right) + \tau_{\theta z} \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} \right) \\
& + \tau_{rz} \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right)
\end{aligned} \quad (1-9)$$

内能的守恒式：

$$\begin{aligned}
\rho \frac{de_n}{dt} = & \left(\sigma_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \sigma_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \sigma_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\sigma_\theta v_r}{r} \right) \\
& + \tau_{r\theta} \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r} \right) + \tau_{\theta z} \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} \right) \\
& + \tau_{rz} \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right)
\end{aligned} \quad (1-10)$$

(2) 轴对称条件下的动力学方程组。轴对称条件下 $\tau_{r\theta} = \tau_{\theta z} = 0$, $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$, 则上述方程组可化简为：

$$\left. \begin{aligned}
\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + v_z \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) &= 0 \\
\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} \right) &= 0 \\
\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} \right) &= 0 \\
\frac{\partial E}{\partial t} + v_r \frac{\partial E}{\partial r} + v_z \frac{\partial E}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_r v_r r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{rz} v_z r}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z v_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz} v_r}{\partial z} \right) &= 0
\end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

内能的守恒式：

$$\left. \begin{aligned}
\frac{de_v}{dt} &= \frac{P}{\rho} \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \\
\frac{de_s^e}{dt} &= \frac{1}{\rho} \left[S_r \frac{de_r^e}{dt} + S_\theta \frac{de_\theta^e}{dt} + S_z \frac{de_z^e}{dt} + \tau_{rz} \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \right] \\
\frac{de_s^p}{dt} &= \frac{1}{\rho} \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_0^+ \cdot \sqrt{\sum \left(\frac{de_{ij}^p}{dt} \right)^2}
\end{aligned} \right\} \quad (1-12)$$

(3) 柱面对称条件下的动力学方程组。柱面对称条件下 $\tau_{r\theta} = \tau_{\theta z} = \tau_{rz} = 0$, $\frac{\partial}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial z} = 0$, 则上述方程组可化简为：

$$\left. \begin{aligned}
\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + \rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} \right) &= 0 \\
\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \rho \left(\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} \right) &= 0 \\
\frac{\partial E}{\partial t} + v_r \frac{\partial E}{\partial r} + v_z \frac{\partial E}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_r v_r r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z r}{\partial r} \right) &= 0
\end{aligned} \right\} \quad (1-13)$$

内能的守恒式：

$$\frac{\partial e_n}{\partial t} + v_r \frac{\partial e_n}{\partial r} - \frac{1}{\rho} \left(\sigma_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\sigma_\theta v_r}{r} \right) = 0 \quad (1-14)$$

3. 球面坐标中欧拉形式的动力学方程组

在同样的假定条件下,经过类似的推导过程,可得球面坐标下的动力学方程组如下：

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} + \rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{2v_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_\theta}{r} \operatorname{ctg} \theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} \right) &= 0 \\ \rho \frac{dv_r}{dt} &= \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} [2\sigma_r - (\sigma_\theta + \sigma_\varphi) + \tau_{r\theta} \operatorname{ctg} \theta] \\ \rho \frac{dv_\theta}{dt} &= \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \tau_{\theta\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} [3\tau_{r\theta} + (\sigma_\theta - \sigma_\varphi) \operatorname{ctg} \theta] \\ \rho \frac{dv_\varphi}{dt} &= \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta\varphi}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} [3\tau_{r\varphi} + \tau_{\theta\varphi} \operatorname{ctg} \theta] \end{aligned} \right\} \quad (1-15)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{dE}{dt} &= v_r \left[\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} (2\sigma_r - \sigma_\theta - \sigma_\varphi + \tau_{r\theta} \operatorname{ctg} \theta) \right] \\ &+ v_\theta \left[\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \tau_{\theta\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} (3\tau_{r\theta} + (\sigma_\theta - \sigma_\varphi) \operatorname{ctg} \theta) \right] \\ &+ v_\varphi \left[\frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta\varphi}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} (3\tau_{r\varphi} + \tau_{\theta\varphi} \operatorname{ctg} \theta) \right] \\ &+ \sigma_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \sigma_\theta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r} \right) + \sigma_\varphi \left(\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{v_\theta}{r} \operatorname{ctg} \theta + \frac{v_r}{r} \right) \\ &+ \tau_{r\theta} \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right) + \tau_{\theta\varphi} \left[\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\theta}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial \theta} - v_\varphi \operatorname{ctg} \theta \right) \right] \\ &+ \tau_{r\varphi} \left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial r} - \frac{v_\varphi}{r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} \right) \end{aligned} \quad (1-16)$$

内能的守恒式：

$$\begin{aligned} \rho \frac{de_n}{dr} &= \sigma_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \sigma_\theta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r} \right) + \sigma_\varphi \left(\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{v_\theta}{r} \operatorname{ctg} \theta + \frac{v_r}{r} \right) \\ &+ \tau_{r\theta} \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right) + \tau_{\theta\varphi} \left[\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\theta}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial \theta} - v_\varphi \operatorname{ctg} \theta \right) \right] \\ &+ \tau_{r\varphi} \left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial r} - \frac{v_\varphi}{r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} \right) \end{aligned} \quad (1-17)$$

二、拉格朗日形式的动力学基本方程

在拉格朗日坐标系中,我们的观察着眼点是运动着的介质微团,其形状、体积、密度都是随着时间变化的,但质量总是保持恒值。由此可以推导出三维条件下的拉格朗日方程组,但因其复杂而不适用,只有在一维(平面一维、柱面一维、球面一维)运动条件下,拉格朗日形式的动力学方程才具有简单实用的价值。

(1) 平面一维运动的动力学方程：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\rho^2}{\rho_0} \frac{\partial v_x}{\partial x_0} &= 0 \\ \frac{\partial v_x}{\partial t} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x_0} &= 0 \\ \frac{\partial e_n}{\partial t} - \frac{\sigma_x}{\rho_0} \frac{\partial v_x}{\partial x_0} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-18)$$

(2) 柱面一维运动的动力学方程：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left[\left(\frac{\rho r}{\rho_0 r_0} \right) \frac{\partial v_r}{\partial r_0} + \frac{v_r}{r} \right] &= 0 \\ \frac{\partial v_r}{\partial t} - \frac{1}{\rho_0} \left[\left(\frac{r}{r_0} \right) \frac{\partial \sigma_r}{\partial r_0} + \left(\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r_0} \right) \frac{\partial r}{\partial r_0} \right] &= 0 \\ \frac{\partial e_n}{\partial t} - \frac{1}{\rho_0} \left[\sigma_r \left(\frac{r}{r_0} \right) \frac{\partial v_r}{\partial r_0} + \frac{\sigma_\theta v_r}{r_0} \frac{\partial r}{\partial r_0} \right] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-19)$$

(3) 球面一维运动的动力学方程：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left[\left(\frac{\rho r^2}{\rho_0 r_0^2} \right) \frac{\partial v_r}{\partial r_0} + \frac{2v_r}{r} \right] &= 0 \\ \frac{\partial v_r}{\partial t} - \frac{1}{\rho_0} \left[\left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \frac{\partial \sigma_r}{\partial r_0} + \frac{2(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r_0^2} \frac{\partial r^2}{\partial r_0} \right] &= 0 \\ \frac{\partial e_n}{\partial t} - \frac{1}{\rho_0} \left[\sigma_r \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \frac{\partial v_r}{\partial r_0} + \frac{2\sigma_\theta v_r}{r_0^2} \frac{\partial r^2}{\partial r_0} \right] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-20)$$

(4) 小变形条件下的一维拉格朗日方程。在小变形条件下,对介质而言,因“动”得甚小,其欧拉坐标与拉格朗日坐标差别不大,可以互相取代,瞬时密度 ρ 与初始密度 ρ_0 。也可以认为变化甚微,可近似取 $\rho/\rho_0 = 1$;在小变形条件下,能量守恒方程一般可以不用。这样一来相应的拉格朗日方程组可以简化：

1) 平面一维运动的动力学方程：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial v_x}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial v_x}{\partial t} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-21)$$

(2) 柱面一维运动的动力学方程：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} \right) &= 0 \\ \frac{\partial v_r}{\partial t} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-22)$$

(3) 球面一维运动的动力学方程：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{2v_r}{r} \right) &= 0 \\ \frac{\partial v_r}{\partial t} - \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} \right] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-23)$$

三、状态议程

1. 弹性介质的应力应变关系

(1) 用应变表示应力的广义胡克定律。

在弹性力学中,认为应变张量分量是应力张量分量的线性函数,即二者之间满足广义胡克定律。对于各向同性的均匀弹性体而言,其表达式如下:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \lambda \epsilon_v + 2\mu \epsilon_x & \tau_{xy} &= \mu \gamma_{xy} \\ \sigma_y &= \lambda \epsilon_v + 2\mu \epsilon_y & \tau_{yz} &= \mu \gamma_{yz} \\ \sigma_z &= \lambda \epsilon_v + 2\mu \epsilon_z & \tau_{zx} &= \mu \gamma_{zx} \end{aligned} \right\} \quad (1-24)$$

可以看出,独立的弹性系数只有 λ 、 μ 二个,称为拉梅常数,然而为了方便,通常还引入另外4个常见的弹性系数,它们与 λ 、 μ 之间存在着一定的关系:

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}, G = \mu \\ \nu &= \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}, K = \lambda + \frac{2}{3}\mu \\ K &= \frac{E}{2(1 - 2\nu)}, G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \end{aligned} \right\} \quad (1-25)$$

通常称 E 为杨氏弹性模量, ν 为泊松比, G 为剪切变形模量, K 为体积变形模量。它们均可通过常规试验测定。将胡克定律的前三式相加得:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z &= 3K(\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z) \\ \sigma_{cp} &= 3K\epsilon_{cp} \end{aligned} \right\} \quad (1-26)$$

将胡克定律表达式的前三式分别减去该式得:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x - \sigma_{cp} &= 2G(\epsilon_x - \epsilon_{cp}) & \tau_{xy} &= 2G\left(\frac{1}{2}\gamma_{xy}\right) \\ \sigma_y - \sigma_{cp} &= 2G(\epsilon_y - \epsilon_{cp}) & \tau_{yz} &= 2G\left(\frac{1}{2}\gamma_{yz}\right) \\ \sigma_z - \sigma_{cp} &= 2G(\epsilon_z - \epsilon_{cp}) & \tau_{zx} &= 2G\left(\frac{1}{2}\gamma_{zx}\right) \end{aligned} \right\} \quad (1-27)$$

如果用 S_{ij} 表示应力偏量各分量,用 e_{ij} 表示应变偏量各分量,则上式可以简化如下:

$$S_{ij} = 2G \cdot e_{ij} \quad (1-28)$$

在一维平面波动条件下, $\tau_{ij} = 0$, $\sigma_y = \sigma_z$, $\epsilon_y = \epsilon_z = 0$,得到简化式为:

$$(\sigma_x - \sigma_y) = 2G\epsilon_x \quad (1-29)$$

此时,最大主剪应力 $\tau_2 = \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)$,代入上式得:

$$\tau_2 = G\epsilon_x \quad (1-30)$$

写成增量形式,则有下列式成立:

$$\frac{\partial \tau_2}{\partial t} = G \frac{\partial v_x}{\partial x} \quad (1-31)$$

在一维球面对称条件下 $\tau_{ij} = 0$, $\sigma_\theta = \sigma_\varphi$, $\epsilon_\theta = \epsilon_\varphi = \frac{u}{r}$,得到简化式为:

$$(\sigma_r - \sigma_\theta) = 2G(\epsilon_r - \epsilon_\theta) \quad (1-32)$$

此时,最大主剪应力 $\tau_2 = \frac{1}{2}(\sigma_r - \sigma_\theta)$,代入上式并经过类似的变换可以导出:

$$\frac{\partial \tau_2}{\partial t} = G \left(\frac{\partial v_r}{\partial R} - \frac{v_r}{R} \right) \quad (1-33)$$

以上式中 ϵ_v ——体应变;

$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ ——线应变;

$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ ——角应变。

(2) 用应力表示应变的广义胡克定律

将胡克定律表达式中的应力、应变分量对调一下,可以得如下公式:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{E}[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy} = \frac{\nu(1+\nu)}{E}\tau_{xy} \\ \epsilon_y &= \frac{1}{E}[\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] \gamma_{yz} = \frac{1}{G}\tau_{yz} = \frac{\nu(1+\nu)}{E}\tau_{yz} \\ \epsilon_z &= \frac{1}{E}[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] \gamma_{zx} = \frac{1}{G}\tau_{zx} = \frac{\nu(1+\nu)}{E}\tau_{zx} \end{aligned} \right\} \quad (1-34)$$

将(1-34)式的前三式相加得:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z &= \frac{1}{3K}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \\ \epsilon_{cp} &= \frac{1}{3K}\sigma_{cp} \end{aligned} \right\} \quad (1-35)$$

将(1-34)式的前三式分别减去(1-35)式得:

$$\left. \begin{aligned} (\epsilon_x - \epsilon_{cp}) &= \frac{1}{2G}(\sigma_x - \sigma_{cp}) \quad \frac{1}{2}\gamma_{xy} = \frac{1}{2G}\tau_{xy} \\ (\epsilon_y - \epsilon_{cp}) &= \frac{1}{2G}(\sigma_y - \sigma_{cp}) \quad \frac{1}{2}\gamma_{yz} = \frac{1}{2G}\tau_{yz} \\ (\epsilon_z - \epsilon_{cp}) &= \frac{1}{2G}(\sigma_z - \sigma_{cp}) \quad \frac{1}{2}\gamma_{zx} = \frac{1}{2G}\tau_{zx} \end{aligned} \right\} \quad (1-36)$$

如果用 S_{ij} 表示应力偏量各分量,用 e_{ij} 表示应变偏量各分量,则上式可以简化如下:

$$e_{ij} = \frac{1}{2G} \cdot S_{ij} \quad (1-37)$$

在一维平面波动条件下 $\sigma_y = \sigma_z$, $\tau_{ij} = 0$, $\epsilon_y = \epsilon_z = 0$,代入式(1-34)可得:

$$\epsilon_y + \frac{1}{E}[(1-\nu)\sigma_y - \nu\sigma_x] = 0 \quad (1-38)$$

由此得出：

$$\sigma_y = \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_x \quad (1-39)$$

代入 ε_x 的表达式得到：

$$\sigma_x = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}\varepsilon_x = \left(K + \frac{4}{3}G\right)\varepsilon_x \quad (1-40)$$

在一维球面对称条件下 $\sigma_\theta = \sigma_\varphi$, $\tau_{ij} = 0$, $\varepsilon_\theta = \varepsilon_\varphi = \frac{u}{r}$, 代入式(1-35)可得：

$$(\sigma_r + 2\sigma_\theta) = 3K(\varepsilon_r + 2\varepsilon_\theta) = 3K\left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2u}{r}\right) \quad (1-41)$$

(3)弹性变形能。固体变形时,外力做功的结果是使介质质点具有了变形能,对弹性体而言,外力卸载后,此势能又用来使物体恢复原状而最后消失,故称之为弹性变形势能。单位体积介质所具有的变形能为：

$$\left. \begin{aligned} \delta e &= \sum \sigma_i \delta \varepsilon_i + \sum \tau_{ij} \delta \gamma_{ij} \\ e &= \sum \int \sigma_i \cdot \delta \varepsilon_i + \sum \int \tau_{ij} \cdot \delta \gamma_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (1-42)$$

已知弹性介质中的应力张量分量与应变张量分量之间存在着线性关系,故有：

$$e = \sum \frac{1}{2} \sigma_i \cdot \varepsilon_i + \sum \frac{1}{2} \tau_{ij} \cdot \gamma_{ij} \quad (1-43)$$

2. 塑性介质的应力应变关系

(1)屈服准则。在讨论塑性应力应变关系之前,必须研究应力状态或应变状态、能量状态达到什么条件时,材料才开始由弹性状态到塑性状态,对脆性材料而言,则是在什么条件下开始出现破裂。下面介绍几种经典强度理论。

1)最大主应力理论。认为材料开始破坏或屈服的条件是最大主应力达到单向抗拉强度 σ_0^+ 或最小主应力达到单向抗压强度 σ_0^- ：

$$\sigma_1 = \sigma_0^+ \quad \sigma_3 = \sigma_0^-$$

按照这一理论,各向均匀压缩亦将引起破坏,这与实验不符。

2)最大线应变理论。认为材料的脆性破坏开始于最大弹性线应变达到极值：

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}[\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)] = [\varepsilon_1]$$

根据这一理论,单向拉伸与单向压缩时的破坏,都是因为 ε_1 达到同一极限值 $[\varepsilon_1]$,由此可得：

$$\sigma_0^+ = \nu \sigma_0^-$$

但脆性材料的 σ_0^+ 与 σ_0^- 可以相差几十倍,可见这一理论与事实不符。

3)最大弹性变形能理论。认为弹性变形能达到某一极值时,材料即开始破坏：

$$e = e_v + e_s = [e]$$

据此,若保持 e_s 不变,逐渐增大静水压力,使 e_v 达到 $[e]$,则材料亦将破坏,这显然不符合塑性的基本假定和实验资料。

4)最大弹性畸变能理论。认为弹性畸变能 e_s^p 达到某一极限值时,材料即开始屈服：

$$e_s^p = \frac{1}{12G}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = [e_s]$$

对单向拉伸而言 $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$, $\sigma_1 = \sigma_0^+$, 由此可得:

$$[e_s] = \frac{1}{6G}(\sigma_0^+)^2$$

所以最大弹性畸变能屈服准则可以写成:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2(\sigma_0^+)^2$$

由前面的讨论可知, 上式等号左边实际上就是应力偏量第二不变量 $I_2(D)$ 的表达式 (只差系数), 因而, 最大弹性畸变能屈服准则也可以解释为应力偏量第二不变量达到极值时材料即屈服:

$$I_2(D) = \frac{3}{2}\tau_8^2 = \frac{1}{3}(\sigma_0^+)^2$$

最大弹性畸变能强度理论排除了应力球形张量对塑性屈服的影响, 是其优点, 但由此却可得出单向拉压强度相等的结论, 这对柔性金属是适用的, 对脆性材料如岩石而言则偏差颇大。

5) 最大剪应力理论。认为当最大主剪应力达到某一极值后材料开始屈服:

$$\tau_2 = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = [\tau_2]$$

由单向拉伸知 $[\tau_2] = \frac{1}{2}\sigma_0^+$, 在不知主应力大小次序的一般情况下, 最大剪应力理论的 Tresca 屈服准则可以写成如下形式:

$$[(\sigma_1 - \sigma_2) - (\sigma_0^+)^2] \cdot [(\sigma_2 - \sigma_3)^2 - (\sigma_0^+)^2] \cdot [(\sigma_3 - \sigma_1)^2 - (\sigma_0^+)^2] = 0$$

已知最大主剪应力 τ_2 是作用在通过第 II 应力主轴并且与 I、III 主轴相交成 45° 的斜面内, 按此强度理论, 材料屈服破坏时, 应首先从这些滑移面上开始, 这在金属的拉伸试验中已经得到证明。Tresca 准则同样是适用于拉压等强度的柔性金属。又因最大主剪应力 τ_2 只取决于 σ_1 、 σ_3 而与中间主应力 σ_2 无关, 这与实际情况有一定的出入。

6) 莫尔强度理论。认为材料开始屈服时, 滑移面上的最大主剪应力的的大小与该滑移面法线方向上的正应力 σ 有关:

$$\tau_2 = [\tau_2] \cdot f(\sigma)$$

$[\tau_2] \cdot f(\sigma)$ 被称为莫尔强度包络线, 它在 σ 轴正向上的某一点与该轴相交, 从而能说明脆性材料在三轴拉伸状态下也会产生破坏的实验现象, 因此, 这个理论可以看成是对拉压等强度的最大剪应力屈服准则的一种修正理论。

(2) 塑性应力应变关系。

1) 依留申理论: 该理论认为, 应变张量分量可以分解为体积应变和剪切应变两项, 后者又可分为弹性剪切和塑性剪切两部分。

若用 ϵ_{ij} 表示应变张量分量, 用 e_{ij} 表示应变偏量分量, 用 S_{ij} 表示应力张量分量, 则有:

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{cp} + e_{ij} = \epsilon_{cp} + e_{ij}^e + e_{ij}^p$$

$$\epsilon_{cp} = \frac{1}{3K}\sigma_{cp}$$

$$e_{ij} = \frac{3\varepsilon_i}{2\sigma_i} \cdot S_{ij}$$

σ_i 称有效应力, ε_i 称有效应变, $\sigma_i = \varphi(\varepsilon_i)$ 由试验确定, 一般采用曲线表示法:

$$\sigma_i = 3G\varepsilon_i(1 - \omega)$$

其中, $0 \leq \omega \leq 1$, 称为依留申系数, 卸载过程中, ω 等于零。已知弹性剪切应变规律为:

$$e_{ij}^e = \frac{1}{2G} \cdot S_{ij}$$

故塑性剪切应变的表达式应为:

$$e_{ij}^p = e_{ij} - e_{ij}^e = \left(\frac{3}{2} \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} - \frac{1}{2G} \right) \cdot S_{ij} = \frac{1}{2G} \left(\frac{\omega}{1-\omega} \right) \cdot S_{ij}$$

综合起来, 依留申理论中的应力应变关系可以用如下的一组方程组来描述:

$$\varepsilon_{cp} = \frac{1}{3K} \sigma_{cp}$$

$$e_{ij} = \frac{3}{2} \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} \cdot S_{ij}$$

$$e_{ij}^e = \frac{1}{2G} \cdot S_{ij}$$

$$e_{ij}^p = \frac{1}{2G} \left(\frac{\omega}{1-\omega} \right) \cdot S_{ij}$$

2) 米塞斯理论。以下介绍两种塑性增量理论。米塞斯理论忽略弹性应变部分:

$$\varepsilon_{cp} = 0, e_{ij}^e = 0, \varepsilon_{ij} = e_{ij}^p$$

认为塑性应变偏量增量与应力偏量分量之间存在如下关系:

$$de_{ij}^p = \lambda S_{ij}$$

此理论是相对理想塑性材料而言的, 用最大弹性畸变能屈服准则:

$$[S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 + 2(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)] = \frac{2}{3}(\sigma_0^+)^2$$

将上式中的应力偏量分量用相应的应变偏量增量来表示, 则有:

$$\frac{1}{\lambda^2} \left\{ (de_x^p)^2 + (de_y^p)^2 + (de_z^p)^2 + \frac{1}{2} [(d\gamma_{xy}^p)^2 + (d\gamma_{yz}^p)^2 + (d\gamma_{zx}^p)^2] \right\} = \frac{2}{3}(\sigma_0^+)^2$$

由此可得比例系数 λ 的表达式:

$$\lambda = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}\sigma_0^+} \left\{ (de_x^p)^2 + (de_y^p)^2 + (de_z^p)^2 + \frac{1}{2} [(d\gamma_{xy}^p)^2 + (d\gamma_{yz}^p)^2 + (d\gamma_{zx}^p)^2] \right\}^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \frac{d\gamma_8}{\tau_8}$$

卸载阶段按弹性规律进行:

$$e_{ij}^* = \frac{1}{2G} \cdot S_{ij}^*$$

3) 考虑粘性的弹塑性增量理论

① 胡克定律: 把介质视为单一的弹性体, 则其应力应变关系如下:

$$S_{ij} = 2Ge_{ij}$$

②牛顿定律 把介质视为单一的粘性流体,则其应力偏量与应变偏量之间满足如下关系:

$$S_{ij} = \mu de_{ij}$$

③伏葛脱定律 把介质视为弹性元件与粘性元件并联而成的综合体,则有如下关系:

$$S_{ij} = 2\alpha e_{ij} + \mu de_{ij}$$

④马克斯威尔定律 把介质视为弹性元件与粘性元件串联而成的综合体,则有如下关系:

$$S_{ij} = \mu de_{ij} - \frac{\mu}{2\beta} dS_{ij}$$

⑤汤普逊定律 把介质视为弹性元件与粘性元件经串、并联而组成的复杂综合体,则其应力应变之间存在着如下的典型粘-弹-塑性关系:

$$S_{ij} = 2\alpha e_{ij} + \mu de_{ij} - \frac{\mu}{2\beta} dS_{ij}$$

卸载过程均按弹性规律进行。

(3) 塑性变形能

1) 变形能的构成 外力做功使物体产生塑性变形后,介质质点具有的变形内能可分为三部分:体积变形能 e_v 、弹性畸变能 e_s^e 、塑性畸变能 e_s^p :

$$e = e_v + e_s^e + e_s^p \quad (\text{单位质量})$$

单位体积内,变形能的增量表达式为:

$$\rho de = \Sigma \sigma_{cp} \cdot d\epsilon_{cp} + \Sigma S_{ij} \cdot de_{ij}^e + \Sigma S_{ij} \cdot de_{ij}^p$$

2) 体变能和弹畸变性能。因为球形应力张量与球形应变张量之间存在着线性关系,应力偏量与应变偏量增量的弹性部分也存在线性关系,故能 e_v 、 e_s^e 可积分得出其表达式,如前面的体积变形能公式所示:

$$\rho e_v = \frac{1}{2K} \sigma_8^2 = \frac{9K}{2} \epsilon_8^2$$

$$\rho e_s^e = \frac{3}{4G} \tau_8^2 = \frac{3G}{4} \gamma_8^2$$

3) 塑性畸变性能 因为应力偏量与应变偏量增量的塑性部分一般不存在线性关系,故 e_s^p 一般不能积分出线性表达式来。但对理想塑性材料而言,利用最大弹性畸变能屈服准则和 Prandtl-Reuss 应力应变关系,可以得到如下的表达式:

$$\begin{aligned} \rho de_s^p &= S_x de_x^p + S_y de_y^p + S_z de_z^p + \tau_{xy} d\gamma_{xy}^p + \tau_{yz} d\gamma_{yz}^p + \tau_{zx} d\gamma_{zx}^p \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} (\sigma_0^+)^2 \{ (de_x^p)^2 + (de_y^p)^2 + (de_z^p)^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} [(d\gamma_{xy}^p)^2 + (d\gamma_{yz}^p)^2 + (d\gamma_{zx}^p)^2] \} \\ &= \frac{2}{3} (\sigma_0^+)^2 \cdot \lambda \end{aligned}$$

当外力卸载后, e_v 、 e_s^e 均被释放出来,但 e_s^p 是不可逆的。Taylor 等人很早做过实验,证明塑性功的大部分是以热能的形式消耗掉,用以提高介质温度。在今后的弹塑性流动问

题中,我们总是假定,全部塑性变形能都转化为热能,然后通过状态方程对体积变形做出贡献。

3. 流体介质状态方程

(1) 流体的特点。除了连续性之外,流体介质的最大特点是具有流动性。固体,即使是内聚力为零的松散介质,要使微团相对运动,亦必须克服微团之间的内摩擦力。但在流体中,连这种内摩擦也不存在。理想(无粘)流体,是不能承受剪应力的,故流体中的应力偏量等于零,只有球形应力张量存在。相应地,流体微团只能产生体应变而不会出现剪切应变。

事实上,流体也不能承受拉应力,故这里的球形应力张量分量称为平均静水压力 P ,球形应变张量分量 ϵ_v 对应着体积压缩,均以压为正。这样一来,流体中的应力状态和应变状态简化为:

$$\left. \begin{aligned} S_{ij} &= 0, P = -\sigma_{cp} = -\frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\ e_{ij} &= 0, \epsilon_v = -3\epsilon_{cp} = -(\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3) \\ d\epsilon_v &= -\frac{dV}{V}, V = \frac{1}{\rho} \end{aligned} \right\} \quad (1-44)$$

同时,流体中的变形内能亦相应只有体积变形能 e_v 一项:

$$\begin{aligned} \rho de_v &= \sum \sigma_{cp} \cdot d\epsilon_{cp} = 3\sigma_{cp} \cdot d\epsilon_{cp} = -P \frac{dV}{V} \\ d e_v &= -P dV \end{aligned} \quad (1-45)$$

因流体的内能只有 e_v ,故往往将其下标去掉,用 e 表示体积变形能。所谓流体介质的状态方程,就是描述流体中平均静水压力 P 与比容 V ,有时还有内能 e 之间关系的表达式。

(2) 水的状态方程

1) 通常状态下的水的状态方程。在通常的温度和压力条件下,水可以被看成是不可压缩的流体,其密度等于常数 ρ_0 。设水的自由表面作用着大气压强 P_0 ,在重力作用下处于平衡状态,不难得出水的静压 P 沿深度的变化规律为:

$$P = P_0 + \rho_0 g \cdot z = P_0 + \gamma_z \quad (1-46)$$

其中, g 为重力加速度, $\gamma = \rho_0 g$ 称为水的密度。

2) 高压状态下的水的状态方程。压力较高时,水的密度变化不可忽略,其状态方程为:

$$P = A \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - 1 \right] \quad (1-47)$$

其中,按库尔理论 $A = 3047 \text{ kg/cm}^2$ $n = 7.15$ ($P \leq 2500 \text{ MPa}$)

按前苏联鲍姆著的《爆炸物理》一书 $A = 3940 \text{ kg/cm}^2$ $n = 8.00$ ($P \leq 20000 \text{ MPa}$)

在更高的压力温度条件下,还要考虑温度对密度的影响,状态方程应写成如下的更一般的形式:

$$P = A(s) \cdot \left\{ \left[\frac{\rho(P \cdot T)}{\rho_0(P_0 \cdot T)} \right]^n - 1 \right\} \quad (1-48)$$

(3) 空气的状态方程

1) 理想气体状态方程的几种表达式。①第一种表达式: 常温常压的空气, 可以简化成没有内摩擦和热传导的理想气体, 其状态方程为:

$$PV = \frac{R}{M}T \quad (1-49)$$

其中, M 为分子量, 在标准条件下 (0.1MPa, 0°C) 空气的分子量取 $M = 29$; R 称为气体常数, 其值为 $R = 8.314 \text{ J/(g} \cdot \text{°C)}$

②第二种表达式: 根据热力学定义, 有:

$$C_v = \left(\frac{\partial e}{\partial T} \right)_v \quad \text{称质量定容热容} \quad de = C_v dT$$

$$C_p = \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_p \quad \text{称质量定压热容} \quad dQ = C_p dT$$

由热力学第一定律得:

$$C_p dT = C_v dT + P dV \quad (1-50)$$

在压力不变时, $P dV = \frac{R}{M} dT$, 代入 (1-50) 式即得:

$$C_p - C_v = \frac{R}{M}$$

所以理想气体的状态方程又可写成:

$$PV = (C_p - C_v)T \quad (1-51)$$

③第三种表达式: 由 $de = C_v dT$ 积分可得 $e = C_v T$, 导出:

$$e = \frac{C_v M}{R} \frac{R}{M} T = \frac{C_v M}{R} PV \quad (1-52)$$

而 $C_p - C_v = \frac{R}{M}$, 故 $\frac{R}{C_v M} = \frac{C_p}{C_v} - 1 = K - 1$, $K = \frac{C_p}{C_v}$ 称为绝热指数或比热容比, 代入 (1-52) 式即得:

$$e = \frac{PV}{K - 1} \quad (1-53)$$

此式给出了 P 、 V 、 e 三者的关系, 所以更经常被使用。

④第四种表达式: 根据熵的定义, 在可逆过程中有 $dQ = T dS$, 而在等熵过程中 $dQ = 0$, $de + P dV = 0$, 所以, 对理想气体而言, 存在如下关系:

$$\left. \begin{aligned} C_v dT + P d\left(\frac{1}{\rho}\right) &= 0 \\ C_v dT - \frac{d\rho}{\rho} (C_p - C_v) T &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-54)$$

引入绝热指数 k , 则导出 $\frac{dP}{P} = \frac{k d\rho}{\rho}$ 积分可得:

$$\left. \begin{aligned} P &= A \rho^k \\ PV^k &= A = \text{Const} \end{aligned} \right\} \quad (1-55)$$

因为在理想气体中, 一切过程都是可逆的, 那么等熵与绝热同意义。所以上式被称为等熵过程的理想气体状态方程, 又被称为理想气体的绝热方程。

(2) 高温状态下空气的状态方程。在温度不太高时, 仍可借用理想气体的模型, 但绝热指数 k 可以随温度变化而加以修正。例如:

$T/^{\circ}\text{C}$	0	200	400	600	800	1000	1500	2000
K	1.401	1.390	1.368	1.349	1.332	1.320	1.303	1.294

在更高的温度和压力条件, 理想气体的模型已根本不能适用, 而需要用真实气体模型来描述它, 具体形式见有关章节的内容。

(4) 岩土介质在高温高压条件下的状态方程

在高温高压条件下或高速冲击作用下, 岩土介质会处于液化或汽化的可压缩流体状态, 建立描述此种状态的岩土状态方程, 是比较复杂的过程, 需要用到量子力学和统计力学的基本概念。这里仅介绍一种简化的因而近似程度比较大的处理方法。

1) 状态方程的一般形式。假设介质的比容 V 、体变能 e_v 和静水压力 P 三量之间, 在加载阶段满足冲击压缩关系, 在卸载阶段近似满足等熵关系, 因而可以将它们写成格吕乃逊(Grüneisen)方程的形式:

$$P = P_H + \frac{\Gamma}{V} (e_v - e_v H) \quad (1-56)$$

式中, P_H 、 e_{vH} 为冲击加载条件下同一比容所对应的静力压力和体积变形成能。 Γ 称 Grüneisen 系数, 它随着 V 的改变而变化, 但计算和试验表明, 对岩石来说, 比值 $\frac{\Gamma}{V}$ 的变动幅度并不大, 可以近似取为常数。

2) 高压区的 P_H 、 e_{vH} 表达式。在冲击压缩条件下, 存在着如下的击波面关系式:

$$\rho_0 D = \rho (D - u) \quad (1-57)$$

$$P_H = \rho_0 D u \quad (1-58)$$

$$e_{vH} = \frac{1}{2} P_H \left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho} \right) \quad (1-59)$$

用此三个方程表达五个未知量 P_H 、 e_{vH} 、 D 、 ρ 、 u 是不充分的, 如果能找到另外一个关系式与之联立, 那么就可以将这五个未知量中的四个量都化成其余一个量的函数形式, 只要给定后者的一个具体值, 其他前四个量均有确定的对应值。这个所需要的关系式不难找到, 因为冲击压缩实验表明, 在一定条件下, 冲击波阵面速度 D 与波后质点速度 u 之间满足线性关系:

$$D = a + bu \quad (1-60)$$

那么, 将式 1-57 与式 1-58 联立可得:

$$u = \frac{a(\rho - \rho_0)}{\rho - b(\rho - \rho_0)} \quad (1-61)$$

代入 1-57、1-59、1-61 三式可以导出 $e_{vH} = \frac{1}{2} u^2$, 将其中的 u 用上式替换, 可以得到 e_{vH} 表达式:

$$e_{vH} = \frac{1}{2} \left[\frac{a(\rho - \rho_0)}{\rho - b(\rho - \rho_0)} \right]^2 \quad (1-62)$$

把式 1-62 代入式 1-59 得到相应的 P_H 表达式:

$$P_H = a\rho_0 \frac{\alpha(\rho - \rho_0)}{\rho - b(\rho - \rho_0)} + b\rho_0 \left[\frac{\alpha(\rho - \rho_0)}{\rho - b(\rho - \rho_0)} \right]^2 \quad (1-63)$$

这样,就使介质在冲击压缩条件下的压力 P_H 和体变能 e_{vH} 都用相对应的同一参数密度 ρ 来表示。例如在平面波加载器中对岩石试件进行冲击压缩试验,测量击波速度 D 和岩石质点运动速度 u ,整理试验数据可以找出满足线性关系的下限 D_0 、 u_0 ,并由直线的斜率和截距定出 a 、 b 的具体数值来。由 D_0 、 u_0 。进而可确定出满足上述两式的下限值: P_H^* 、 e_{vH}^* 、 ρ^* 。

3) 低压区的 P_H 、 e_{vH} 表达式。低于上述下限的 P_H 、 e_{vH} 不满足上述的表达式,但不妨仍可假定此后的 P_H 具有类似的二次曲线形式:

$$P_H = A(\rho - \rho_0) + B(\rho - \rho_0)^2 \quad (1-64)$$

相应地,将式 1-64 代入式 1-57 可得对应的 e_{vH} :

$$e_{vH} = \frac{1}{2} [A(\rho - \rho_0) + B(\rho - \rho_0)^2] \left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho} \right) \quad (1-65)$$

然后设法确定其中的系数 A 和 B , 原则是: ①在 $P_H = P_H^*$ 处, P_H 的两个表达式应该相互衔接; ②在弹性阶段, 曲线 $P_H(\rho)$ 的斜率应与实测岩石的体积压缩变形模量相协调,

$k = \rho \frac{dP_H}{d\rho} \Big|_{\rho=\rho_0} = A \cdot \rho_0$ 根据这两个条件, 不难定出常数 A 、 B 。至此, 我们得到一组近似的岩土状态方程如下:

$$\left. \begin{aligned} P &= P_H + \frac{\Gamma}{V} (e_v - e_{vH}) \\ P_H &= \rho_0 a \left[\frac{\alpha(\rho - \rho_0)}{\rho - b(\rho - \rho_0)} \right] + \rho_0 b \left[\frac{\alpha(\rho - \rho_0)}{\rho - b(\rho - \rho_0)} \right]^2 & (\rho > \rho^*) \\ &= A(\rho - \rho_0) + B(\rho - \rho_0)^2 & (\rho_0 \leq \rho \leq \rho^*) \\ &= 0 & (\rho > \rho_0) \\ e_{vH} &= \frac{1}{2} \left[\frac{\alpha(\rho - \rho_0)}{\rho - b(\rho - \rho_0)} \right]^2 & (\rho > \rho^*) \\ &= \frac{1}{2} [A(\rho - \rho_0) + B(\rho - \rho_0)^2] \cdot \frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho} & (\rho_0 \leq \rho \leq \rho^*) \\ &= 0 & (\rho > \rho_0) \end{aligned} \right\} \quad (1-66)$$

其中 $\frac{\Gamma}{V}$ 、 ρ_0 、 a 、 b 、 A 、 B 均为可测定的常数。

四、理论计算实例

用数值计算方法,对土壤中集中药包爆破漏斗的形成、特征进行计算。

本题是一个二维弹塑性不定常问题? 题设炸药为 1000kgTNT, 形状为长径比 $L/d = 1$ 的圆柱形, 利用二维轴对称动力学方程描述介质的运动状态, 利用工程兵现有的触地爆二维差分计算程序并作适当修改, 求得本问题的数值解。

具体计算方法是利用欧拉形式柱坐标二维动力学方程组和状态方程组成一个封闭方

程组系列,加上初始条件、边界条件及土壤剥离条件求解爆破漏斗及土中应力波衰减规律,变化各种条件和参量后反复求解,可以了解它们对爆破漏斗及应力波的影响。

(1)基本方程。用数值计算方法,对土壤中集中药包爆破漏斗的形成及其主要特征予以初步分析研究。假定土壤为均匀各向同性介质,采用弹塑性力学模型,不考虑重力影响。爆源为长径比 $\phi = L/d = 1$ 的短柱形 TNT 集中药包,药量 $Q = 1000\text{kg}$ 。用欧拉形式的二维轴对称动力学方程组来描述介质的运动状态。利用已有的触地爆炸二维差分计算程序并作适当的修改,求得本问题的数值解。

力学参量的定义及其单位:

t ——从爆炸零时算起的时间 μs ;

r, θ, z ——欧拉空间坐标 cm ;

ρ ——土壤介质的密度 $\text{kg} \cdot \text{ms}^2/\text{cm}^4$;

u, v —— z 和 r 方向的土壤运动速度分量 cm/ms ;

$\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$ —— r, θ, z 方向上的正应力分量 μPa ;

τ_{rz} —— rz 平面内的剪应力分量 μPa ;

P ——平均静水压力 μPa ;

S_r, S_θ, S_z —— r, θ, z 方向的弹性应力偏量分量 μPa ;

S_r^*, S_θ^*, S_z^* —— r, θ, z 方向的塑性应力偏量分量 μPa ;

τ_{rz}^* —— rz 平面内塑性剪应力分量 μPa ;

$\epsilon_r, \epsilon_\theta, \epsilon_z$ —— r, θ, z 方向线应变分量;

γ_{rz} —— rz 平面内的角应变分量;

ϵ_v ——体应变;

e_r, e_θ, e_z —— r, θ, z 方向的应变偏量分量;

$J_2(D)$ ——应力偏量第二不变量 μPa ;

$Y(P)$ ——土壤剪切强度函数 μPa ;

1)欧拉形式的动力学方程:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial r} + u \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= 0 \\ \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} \right) &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-67)$$

2) 应变率与速度的关系 :

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\varepsilon_r}{dt} &= \frac{\partial v}{\partial r} \\ \frac{d\varepsilon_\theta}{dt} &= \frac{v}{r} \\ \frac{d\varepsilon_z}{dt} &= \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{d\gamma_{rz}}{dt} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1-68)$$

3) 应变率张量分解为体应变率和应变率偏量之和 :

$$\left. \begin{aligned} \frac{de_r}{dt} &= \frac{d\varepsilon_r}{dt} - \frac{1}{3} \frac{d\varepsilon_v}{dt} \\ \frac{de_\theta}{dt} &= \frac{d\varepsilon_\theta}{dt} - \frac{1}{3} \frac{d\varepsilon_v}{dt} \\ \frac{de_z}{dt} &= \frac{d\varepsilon_z}{dt} - \frac{1}{3} \frac{d\varepsilon_v}{dt} \\ \frac{d\varepsilon_v}{dt} &= - \left(\frac{1}{\rho} \right) \left(\frac{d\rho}{dt} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1-69)$$

4) 应力张量分解为平均静水压力与应力偏量之和 :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= S_r - P \\ \sigma_\theta &= S_\theta - P \\ \sigma_z &= S_z - P \\ P &= - \left(\frac{1}{3} \right) (\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z) \end{aligned} \right\} \quad (1-70)$$

5) 静水压力与体应变之间的关系。在加载过程中,平均静水压力与体积压缩变形量之间关系采用拉赫马杜林提出过的土壤动力压缩曲线;在卸载过程中,考虑土壤的压实效应,在一定的压力范围内将沿着与加载曲线不同的路径进行。

$$P = P_H(1 - \Psi) + P_{uL}\Psi \quad (1-71)$$

其中

$$\Psi = \begin{cases} 0 & (\rho \geq \rho_{ma}) \\ 1 & (\rho < \rho_{ma}) \end{cases}$$

$$P_H = 2000 \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right)^4 + 25 \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right) \text{ MPa}$$

$$P_{uL} = \begin{cases} P_H & (\rho > 1.47\rho_0) \\ P_{Hma} - k_{uL}(\rho_{ma} - \rho) & (\rho_0 \leq \rho \leq 1.47\rho_0) \\ 0 & (\rho < \rho_0) \end{cases}$$

以上式中 ρ_{ma} 为土壤加载过程中的最大密度, P_{Hma} 为与 ρ_{Hma} 相对应的压力; P_H 、 P_{ul} 分别为加载和卸载时的压力, 在压力为 100MPa (对应密度为 $\rho = 1.47\rho_0$) 以上时两者相等, 卸载的斜率 k_{ul} 是假定土壤经大于 100MPa 的压力作用后密度增大 3% 而得出的常数。

(6) 应力偏量和应变率偏量之间的关系。在弹性加载和卸载阶段, 偏量之间服从剪切胡克定律:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dS_r}{dt} &= 2G \frac{de_r}{dt} \\ \frac{dS_\theta}{dt} &= 2G \frac{de_\theta}{dt} \\ \frac{dS_z}{dt} &= 2G \frac{de_z}{dt} \\ \frac{d\tau_{rz}}{dt} &= 2G \frac{d\gamma_{rz}}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (1-72)$$

在塑性加载阶段, 偏量之间应用理想塑性屈服条件, 采用简化办法, 仍按上述弹性关系求得应力偏量各分量, 然后缩小一定的比例 (使应力状态拉回到屈服面上来), 再代入方程式 1-70, 以求出塑性阶段的应力张量。

塑性应力偏量各分量按以下关系式求出:

$$\left. \begin{aligned} S_r^* &= KS_r \\ S_\theta^* &= KS_\theta \\ S_z^* &= KS_z \\ \tau_{rz}^* &= K\tau_{rz} \end{aligned} \right\} \quad (1-73)$$

式中 $K = [J_2(P)/J_2(D)]^{1/2}$

$$J_2(D) = \left(\frac{1}{2}\right)(S_r^2 + S_\theta^2 + S_z^2 + 2\tau_{rz}^2)$$

$$J_2(P) = \left(\frac{1}{3}\right)Y^2(P)$$

$$Y(P) = \begin{cases} 0.5 + 0.268P & (P < 8\text{MPa}) \\ 22 & (P \geq 8\text{MPa}) \end{cases}$$

上面共列出了 25 个未知参量和 26 个方程, 整个方程组是封闭的, 可以求解。

(2) 数值计算方法

在现有的岩石触地爆炸二维流体弹塑性模型计算程序基础上, 去掉能量方程, 将初始网格移入地下, 并加上相应的边界条件, 修改后得到土壤浅埋爆炸二维弹塑性模型的计算程序。

1) 初始网格参数。由于炸药药包埋入地下, 就必须把药包和其周围土壤作为两种介质来处理, 其初始密度分别为 ρ_0^* 和 ρ_0 。这样就出现了两种计算网格, 药室网格和土壤网

格(此外还有空气网格)。由药包体积,不难定出初始药室网格的大小和数目,再根据爆炸能量按动能、内能分配各半的原则,可以算出药室网格内爆炸产物的初始压力 P_0 和初始速度 u_0 、 v_0 。

2) 空腔边界处理。药室的边壁,即炸药和土壤两种介质的界面就是爆炸空腔的边界。假定在空腔破裂之前,两种介质不允许穿越此边界进行质量、动量交换,而只能有力的传递。但在计算过程的后期,当药室空腔网格与空气网格(地表上面)或处于剥离状态的土壤网格直接相邻时,则允许它们之间发生质量交换。

在空腔内部,爆炸产物的气体压力用等熵膨胀来近似,空腔中气体压力可用以下表达式:

$$P^* = P_0 \left(\frac{\rho^*}{\rho_0} \right)^k \quad (1-74)$$

式中: P_0 和 ρ_0^* ——爆轰初始压力和初始密度;

ρ^* ——爆炸气体密度;

k ——爆炸气体的绝热指数。

3) 地表土壤剥离假定。在临近地表处,我们假定:如果土壤密度小于初始密度 ρ_0 ,其质点合成速度指向地上且超过 1.5m/s ,则认为此网格的土壤已处于剥离状态,它们与周围介质分离开来并飞出地面。

(3) 计算结果简介

运用以上的数学计算模型,我们对药量为 1000kg 的 TNT 集中药包,在土壤为均匀介质的条件下,做了一组触地爆炸和三组浅埋爆炸(小抵抗线)的数值计算。药包中心到地表面的距离分别为 $H=0, 1.25, 2.50, 3.75\text{m}$ 。计算结果简介于下。

1) 爆破漏斗的形成过程。由示踪质点显示出的土壤变形情况,形象地描绘出了土中爆破漏斗的形成过程。以 $H=2.5\text{m}$ 为例,不同时刻的漏斗形状如图 1-2-68 所示。在爆炸的早期阶段,由于爆炸产物气体的高压冲击作用,爆心周围出现一个近似球形的空腔向外扩张,此时,邻近药包的土壤发生了极大的位移,形成密实的压缩圈。稍后,爆心投影点附近地表向上隆起而出现鼓包。当空腔临近而尚未到达地表面时,由于应力波的反射稀疏作用,部分表面土壤发生剥离现象。空腔与剥离层相联接后,爆炸产物气体携带破碎土块一齐向上方冲出,于是出现了爆破漏斗的雏形。在此以后的阶段,漏斗主要向两侧延伸,沿 z 轴的深度方向发展缓慢并逐渐停止下来。由此结果可知,在爆破漏斗的形成机制中,爆炸产物对周围土壤的冲击、挤压及抛掷作用是主要的因素,而剥离效应只起到一定的辅助作用。

图 1-2-69 给出了空腔半径和漏斗体积随时间变化的规律。其中,所谓空腔半径是指从初始药包中心算起向下至漏斗底部的距离,该值加上药包中心埋深就是通常所说的爆破漏斗深度。对于 $H=2.5\text{m}$ 的爆炸而言,计算所得的爆破漏斗形成时间为 20ms 。

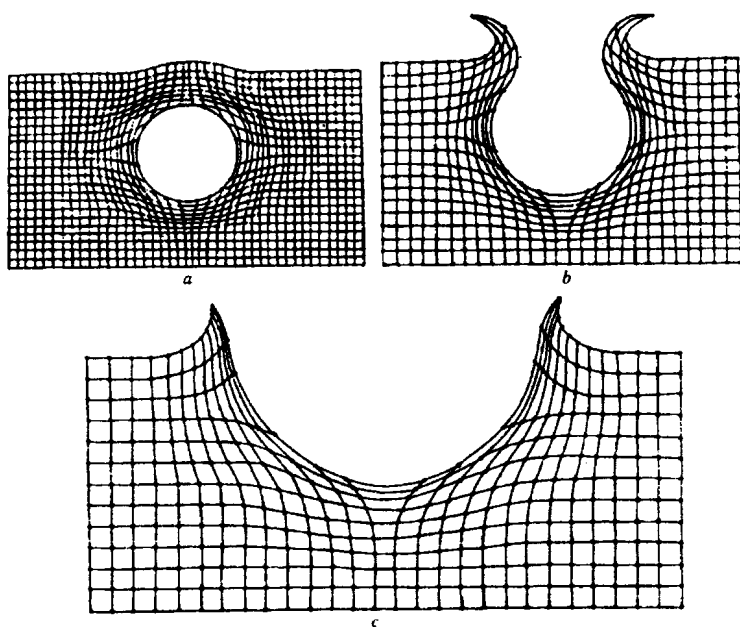


图 1-2-68 不同时刻爆破漏斗的发展过程

$a-t=2.57\text{ms}$; $b-t=8.26\text{ms}$; $c-t=15.05\text{ms}$

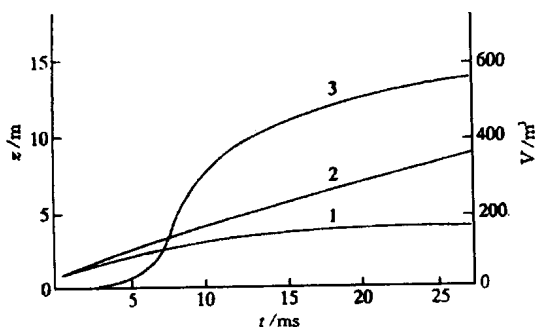


图 1-2-69 空腔半径、漏斗体积及应力波阵面随时间变化的关系曲线

1 - 空腔半径 (z 向) 2 - 应力波阵面 3 - 漏斗体积

2) 不同埋深条件下的爆破漏斗。三种埋深的浅埋爆炸及对应的触地爆炸条件下, 计算所得的漏斗尺寸如图 1-2-70 所示。其中, R 为爆破漏斗的最大半径, h 为爆破漏斗的中心深度(均相对初始地表而言)。

可以看出, 在浅埋爆炸条件下, 随着药包埋深的增加, 爆破漏斗的半径和深度均相应增大。众所周知, 若把药包埋得极深, 则将成为不出现漏斗的封闭爆炸($R=0$, $h=0$)。可见, 图 1-2-70 中的两条曲线应该各有其极大值而后降至与横轴相交。另一方面, 如果把药包抬离地表而作表面爆炸或低空爆炸, 则漏斗也将逐渐减小以至消失。但限于时机和经费, 没有对图中两端的虚线部分作相应的计算。

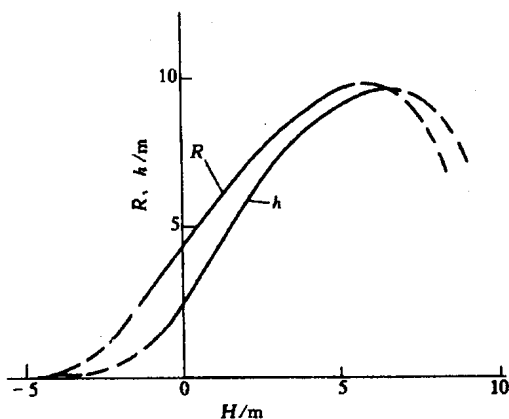
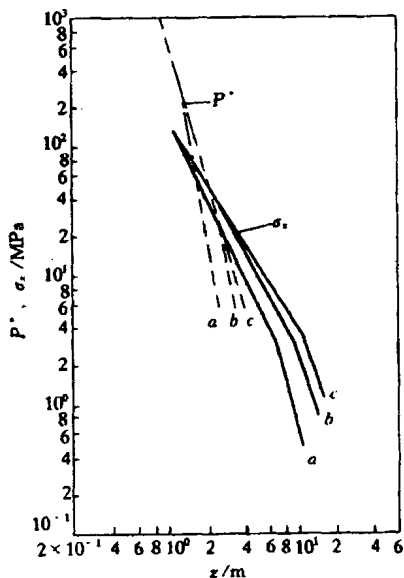


图 1-2-70 爆破漏斗尺寸与药包埋深的关系

3) 土中浅埋爆炸应力波的衰减规律。图 1-2-71 给出了三种浅埋爆炸条件下爆心下方土中应力波 σ_z 峰值的计算衰减曲线, 其中波的传播距离是以药包中心为起点算起的。对浅埋爆炸而言, 不同埋深爆炸的应力衰减曲线在初始阶段相交于一点, 即对应着空腔壁上的应力值。在较高应力部分, 衰减指数 α 大于 2; 在较低应力部分, 由于压实效应起了作用, 衰减指数一般大于 3。

图 1-2-71 不同埋深条件下 σ_z 应力峰值衰减曲线

a — $H = 1.25\text{m}$; b — $H = 2.50\text{m}$; c — $H = 3.75\text{m}$

从计算得出的应力波波阵面的形状来看, 在爆心所处水平面以下的部分, 较好地呈现出球面波的特征, 只有邻近地表的浅层地区才出现较复杂的变化。这就意味着, 沿铅垂方

向不同深度的 $\sigma_z - z$ 衰减曲线,基本上也反映了沿通过爆心的水平方向不同距离的 $\sigma_r - r$ 衰减规律。在野外爆破试验中,可以用测量 $\sigma_r - r$ 曲线来代替测量 $\sigma_z - z$ 关系。因为前者较后者容易实现。

图 1-2-71 中的三条虚线分别代表相对应的空腔内部(或漏斗底部)的压力。在空腔尚未破裂以前,腔内压力按等熵膨胀规律变化,破裂之后,随着爆炸产物冲出地表,漏斗底部压力迅速下降,以致会小于同一时刻土中应力波的峰值应力。

计算结果还表明,由于我们选取的土壤的可压缩性较大,从而使土中应力波的传播速度缓慢而爆炸空腔的发展速度很快。在爆后的早期阶段,土中应力波阵面总是紧贴在空腔壁附近;只有当空腔发展减缓或停止下来以后,土中应力波才脱离空腔向外传播(见图 1-2-69 中的空腔和应力波走时曲线),而此时的应力峰值已衰减到几百个大气压的量级,这意味着高应力区只局限在压缩圈附近。当然,这种特定条件下得出的计算结果,并不一定与现场土中爆炸试验的实测数据完全相符合。

第七节 相似理论

在大型工程爆破之前,往往要在施工区内放试验炮,以选定药量计算公式中和地震波计算公式中的一些经验参数,就其实质来说,这也是一种模型试验。为研究和探索新的技术时更需要大量的系统的实验数据,现场试验耗费过大,条件限制又很多,因而必须在实验室进行系统的模型试验。要做模型试验必须建立相似参数,根据相似参数来做实验,可以明确方向,掌握大局趋势,减少实验次数;作实验分析时,按相似参量整理数据概念明确、逻辑性强,可达到事半功倍的目的。根据多次爆破实践的经验来整理经验公式,其实质也是对模型实验的数据进行整理、分析,找出规律性的东西,也必须在相似理论的指导下进行。所以在工程爆破学科中,相似理论是指导实验和整理经验公式的理论。爆炸相似理论的内含是几何相似和爆炸相似。几何相似律,即模型与原型几何相似,这是模型试验的前提;下面主要介绍爆炸相似律。

一、量纲分析

爆炸相似律是借助于量纲理论建立起来的。在物理学单位制中,最基本的单位是质量[M]、长度[L]和时间[T],任何物理量都可以用 $M^\alpha L^\beta T^\gamma$ 的形式来表示,称为该物理量的量纲。例如:

分析力 F 的量纲时,根据 $F = ma$ 可以确定,其量纲为 $M^1 L^1 T^{-2}$,数学表示是 $[F] = MLT^{-2}$ 。

同理可知,功的量纲 $[W] = ML^2 T^{-2}$,动量的量纲 $[I] = MLT^{-1}$,密度量纲 $[\rho] = ML^{-3}$,应力量纲 $[\sigma] = ML^{-1} T^{-2}$,应变量纲 $[\epsilon] = M^0 L^0 T^0$,即应变为无量纲量。

在力学分析中,也经常用力作为基本单位,即用 F 、 L 、 T 作基本单位,把其他物理量表示为 $F^\alpha L^\beta T^\gamma$ 的形式。

如果一个力学方程 $x = y + \ln z$ 成立,则 y 和 $\ln z$ 必须与 x 有相同的量纲,显而易见,

x, y, z 都必须是无量纲量时,方程才能成立,如果不是无量纲量,则满足不了方程两侧物理单位相同的基本要求。

在寻求一个过程的函数关系(例如爆破引起的地震速度与药量、距离的关系 $v = f(Q, R)$)或是在整理实验数据,确定各参量之间的关系时,如果将各变量(包括自变量和因变量)合并成 n 个无量纲组合量,对确定函数关系是有益的。 π 定理就是为此目的提供的一种方法,利用这种方法可以求得组成一个方程的最少的无量纲组合数。 π 定理的具体使用方法是:

在一组变量关系中有 n 个变量,在这 n 个变量中包括 m 个基本物理量单位(基本量纲数目),则这一组物理量间的关系可以用 $(n-m)$ 个无量纲量之间的关系来描述,而无量纲量之间可以组成各种各样的函数关系。

例如在一组变量 $(A, B, X, Y, Z, \dots, N)$ 中包含的基本量纲只有 L, M, T 三个,则先选 X, Y, Z 这三个基本变量, X, Y, Z 中包含了 L, M, T 三个基本量纲,组成 $(n-3)$ 个无量纲 π 方程:

$$\begin{aligned}\pi_1 &= X^{\alpha_1} \cdot Y^{\beta_1} \cdot Z^{\gamma_1} \cdot A \\ \pi_2 &= X^{\alpha_2} \cdot Y^{\beta_2} \cdot Z^{\gamma_2} \cdot B \\ &\vdots \\ \pi_{n-3} &= X^{\alpha_{n-3}} \cdot Y^{\beta_{n-3}} \cdot Z^{\gamma_{n-3}} \cdot N\end{aligned}$$

如果基本量纲不是 L, M, T 三个而是 m 个,则组成 $(n-m)$ 个 π 方程。

对应每一个 π 方程,将各参量的量纲指数合并,得到 m 个一次式,因 π 是无量纲量,所以各个一次式均等于零,于是得到一组 m 元一次方程组,求解可得出 α, β, \dots 等指数。

作为一个具体的例子,分析集中药包的爆破体积,由之得出计算药量的关系式:

影响爆破体积 V 的物理量有:炸药能量 E ,埋置深度 W ,介质强度 σ ,介质密度 ρ ,重力加速度 g ,写成函数关系式是:

$$V = V(W, E, \sigma, \rho, g)$$

式中各量的量纲是 $[V] = L^3$ $[W] = L$ $[\rho] = ML^{-3}$ $[E] = ML^2T^{-2}$ $[\sigma] = ML^{-1}T^{-2}$, $[g] = LT^{-2}$,所包含的基本量纲只有 L, M, T 三个。选择 W, E, ρ 去组合 π 方程得到:

$$\begin{aligned}\pi_1 &= W^{\alpha_1} E^{\beta_1} \rho^{\gamma_1} V \\ \pi_2 &= W^{\alpha_2} E^{\beta_2} \rho^{\gamma_2} \sigma \\ \pi_3 &= W^{\alpha_3} E^{\beta_3} \rho^{\gamma_3} g\end{aligned}$$

化成基本量纲的指数,得到:

$$\begin{aligned}\pi_1 &= M^{\beta_1 + \gamma_1} \cdot L^{\alpha_1 + 2\beta_1 - 3\gamma_1 - 3} \cdot T^{-2\beta_1} \\ \pi_2 &= M^{\beta_2 + \gamma_2 + 1} \cdot L^{\alpha_2 + 2\beta_2 - 3\gamma_2 - 1} \cdot T^{2\beta_2 - 1} \\ \pi_3 &= M^{\beta_3 + \gamma_3} \cdot L^{\alpha_3 + 2\beta_3 - 3\gamma_3 - 1} \cdot T^{-2\beta_3 - 2}\end{aligned}$$

由 π_1 是无量纲量得到:

$$\begin{aligned}\beta_1 + \gamma_1 &= 0 \\ \alpha_1 + 2\beta_1 - 3\gamma_1 - 3 &= 0\end{aligned}$$