

一维下料问题数学模型的计算机 自动生成与优化计算

潘晓宇

(鞍山钢铁学校)

李海燕

(鞍山钢铁学院)

摘 要 介绍了一维下料问题的下料方式,采用计算机自动生成相应的线性规划数学模型,给出了最优下料方案的求解方法。

关键词 一维下料问题,数学模型,最优下料方案

分类号 O221.1

1 问题的提出

在某些以条型材为原材料的生产部门,经常遇到如下形式的下料问题:已知 t 种性能相同仅长度不同的直条材 A_1, A_2, \dots, A_t ; 每种原料长度为 L_1, L_2, \dots, L_t ; 数量为 S_1, S_2, \dots, S_t ; 要求截成 m 种长度不同并满足需求量的构件 B_1, B_2, \dots, B_m ; 成品长度为 G_1, G_2, \dots, G_m ; 需求量为 D_1, D_2, \dots, D_m . 问应采取什么样的下料方案,使得既满足需要,又使下料后的剩余边料总长最小,从而使材料利用率最大,达到减少材料损失,降低成本,提高经济效益的目的,这就是所谓一维最优下料问题。以往有不少人研究过这个问题,当不同长度的原料品种较少,下出的成品品种数也较少的时候,问题不难解决。但当原料品种数和成品品种数均较大时,建立本问题的线性规划模型的工作是相当复杂的,人工建模更是不可思议的,本文着重探讨了上述一维下料问题的线性规划模型的计算机自动生成的办法,及自动求解最优下料方案的具体做法,同时分析了其中遇到的困难,提出了解决思路。

2 模型的计算机自动生成

设对原料 A_k , 存在 n_k 种不同的下料方式 $Z_1^{(k)}, Z_2^{(k)}, \dots, Z_{n_k}^{(k)}$, 则所有的可能下料方式为

$$n = \sum_{k=1}^t n_k$$

种,按原料顺序用 $Y_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 表示第 j 种下料方式,若用第 j 种下料方式 Y_j 可以得到第 i 种构件的个数为 $a_{ij} (i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n)$, 边料为 $c_j (j = 1, 2, \dots, n)$, 设用 Y_j 方式下料的原料有 X_j 根, 则这一问题的线性规划数学模型为如下形式

收稿日期:1998-01-06. 第一作者:女,34,讲师.

$$\begin{aligned}
 \text{o. b.} \quad & \min_{j=1}^n c_j x_j \\
 \text{s. t.} \quad & \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = D_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \\
 & \sum_{j=1}^{n_1} x_j = S_1 \\
 & \sum_{j=n_1+1}^{n_2} x_j = S_2 \\
 & \dots \\
 & \sum_{j=n-n_t+1}^n x_j = S_t
 \end{aligned}$$

在这个问题中,如果原料的种类 t 与成品的规格 m 的值都比较小,且最短成品长度值较大时,可能的下料方式的种数 n 不会很多,可以用人工试算的方法求出 a_{ij} 及其相应边料 c_j ,从而建立线性规划问题的目标函数和约束条件,再用线性规划解法求出模型的最优解,即得最优下料方案。但是,当 t 和 m 的值较大及 $G_j (j = 1, 2, \dots, m)$ 较小时,可能的下料方式种数将成裂变式增加,无法通过人工试算来建模和求解。因此,采用计算机自动确定本问题的所有可能的下料方式,自动形成数学模型并求出最优解是十分必要的。

在本问题的程序设计过程中,根据结构化程序设计原理,将程序分为三大功能模块:

- (1) 确定所有可能的下料方式并计算相应边料长度;
- (2) 从第一模块的结果读出线性规划模型的约束方程组系数矩阵及目标函数的系数,形成初始单纯形表,进行数据转换;
- (3) 用单纯形法求最优解并打印结果。

第一模块的关键是在于通过嵌套循环穷举出每种下料方式所截得的成品构件个数 a_{ij} 和相应边料 c_j ,将其存放在名为 DA.DAT 的数据文件中,并记录每种原料 A_k 的下料方式种数 n_k ,把下料方式的总数 n 作为决策变量的个数。第二模块是从数据文件 DA.DAT 中读出模型诸数据 a_{ij} 和 c_j ,将其转置矩阵作为约束方程组的系数矩阵,生成目标函数,形成线性规划模型的初始单纯形表。在第三模块中,采用单纯形法来求解,这时可能存在两种情况:一是得到的最优解恰好全是整数,也就是最优下料方案;二是最优解不全是整数,根据实际需要求得的最优解进位取整,作为近似的最优解,这时可能使模型上原料约束中的个别约束被破坏,经适当调整 S_j 的数值,问题是不难解决的,其合理性可以通过材料利用率来验证。此外,在输出结果时,由于目标函数的变量数可能大到几十个甚至几百个,而最优解中绝大部分 $x(j)$ 为零,所以只需输出非零的 $x(j)$ 及相应的下料方式,即为最优下料方案。最后,还可以计算出最优下料方案的材料利用率和损失率。

3 例 证

某车间有五种原料,长度和数量分别为 320 cm 长的钢管 30 根,340 cm 长的钢管 40 根,360 cm 长的钢管 50 根,380 cm 长的钢管 40 根,400 cm 长的钢管 30 根,要将其截成四种不同长度的

管料:35 cm,52 cm,71 cm 和 97 cm. 按生产任务规定,这四种不同长度管料的需要量分别为 100 根,80 根,50 根,100 根。

运行程序,以人机会话方式输入:

原料种类 $t = 5$

原料长度 $L_1 = 320, L_2 = 340, L_3 = 360, L_4 = 380, L_5 = 400$

原料数量 $S_1 = 30, S_2 = 40, S_3 = 50, S_4 = 40, S_5 = 30$

成品种类 $m = 4$

成品长度 $G_1 = 35, G_2 = 52, G_3 = 71, G_4 = 97$

成品数量 $D_1 = 100, D_2 = 80, D_3 = 50, D_4 = 100$

计算机执行第一和第二模块后,这时屏幕上将输出每种原料 A_k 的下料方式种数 n_k 及所有下料方式种数 n :

$n(1) = 37 \quad n(2) = 42 \quad n(3) = 48 \quad n(4) = 54 \quad n(5) = 61 \quad n = 242$

接着输出所有下料方式 $Z_1^{(k)}, Z_2^{(k)}, \dots, Z_{n_k}^{(k)}$. 计算机开始计算并在屏幕上输出数学模型的约束方程组和目标函数,以及目标函数的最小值和最优解,最优下料方案和材料利用率:

obj.func = 595.8824

$x(47) = 28.52941 \quad x(47) = 29$

$x(81) = 9.999999 \quad x(81) = 10$

$x(87) = 14.41177 \quad x(87) = 15$

$x(180) = 7.941175 \quad x(180) = 8$

47 1 0 0 3 0 1 0 0 0 81 0 0 5 0 0 0 1 0 0

87 0 5 0 1 0 0 1 0 0 180 9 1 0 0 0 0 0 1 0

原料总和 = 21900 成品总和 = 20910 边料总和 = 990

材料利用率 $P = 95.47945\%$.

最优下料方案为:

用第 47 种截法将 340 cm 长钢管截成 1 根 35 cm 长成品和 3 根 97 cm 长成品,共截 29 根;

用第 81 种截法将 360 cm 长钢管截成 5 根 71 cm 长成品,共截 10 根;

用第 87 种截法将 360 cm 长钢管截成 5 根 52 cm 长成品和 1 根 97 cm 长成品,共截 15 根;

用第 180 种截法将 380 cm 长钢管截成 9 根 35 cm 长成品和 1 根 52 cm 长成品,共截 8 根。

这样可得 35 cm 长的成品 101 根,52 cm 长的成品 83 根,71 cm 长的成品 50 根,及 97 cm 长的成品 102 根,把比需要多出的 1 根 35 cm 长成品,3 根 52 cm 成品和 2 根 97 cm 长成品计入边料,此时总边料为 990 cm,材料利用率仍高达 95.47945%。在生产实践中,即使由最有经验的工人凭经验下料,材料利用率也只能达到 80% 左右,由此可见,求解最优下料方案的工作既富有实际意义,又卓有成效。

4 结 语

从例题可以看出,最优下料方案是能够实现的。本算法的突出优点在于它解决了如下两大问题:首先,它精确给出了下料方式的所有可能的情形,避免了手工试算的繁琐及遗漏;其次,它完成了动态的约束方程组的系数矩阵的数据存贮和读出,从而实现了线性规划模型的自

动生成。这样,在生产实践中,可以根据现有原料情况及生产实际需要,即成品规格和数量,来选择适合的原料及最佳下料方案,从而达到节约原料,降低成本的目的。

参 考 文 献

- 1 范鸣玉,张莹.最优化技术基础.北京:清华大学出版社,1982.27~31,81
- 2 刘秉刚,李兴成,苗良等.QUICK BASIC 结构化程序设计.重庆:重庆大学出版社,1992.202~222

Automatic Setting up and Optimum Calculating of One-dimensional Blanking Model

Pan Xiaoyu

Li Haiyan

(Anshan I. & S. School) (Anshan Institute of I. & S. Technology)

Abstract

The method of one-dimensional blanking is introduced. The relevant linear programming model is generated by computers. One resolvable method of optimum blanking is put forward.

Key Words one-dimensional blanking problem, mathematics model, optimum blanking

Class No. O221.1

(Received January 6, 1998)