

一种简便的下料优化方法

刘 效 洲

(吉林工业大学 130025)

原材料节省在生产实际中是一个十分重要的问题。一般来说,一件产品的利润只占成本的5%—10%。如果能使原材料的利用率提高10%,那么利润将成倍增加。而目前,材料利用率只有80%左右。因此,非常有必要研究出一种方法,使任何人均能在较短的时间内拿出最佳方案。既节省了大量工时,又节约了大量的原材料。可谓一举两得。

一、下料问题的优化模型

解决下料优化问题首先要建立一个相应的数学模型,也就是要确定目标函数,约束条件,约束变量。本文以钢管下料为例说明如何求出相应的目标函数,约束条件,约束变量。由于钢管进厂的长度规格是一定的,而毛坯的长度则是不确定的,所以必然存在边脚余料。用料最省就是要使边脚余料最小。所以把所剩的边脚余料作为目标函数。假定要把W根长度为a的钢管截为m种毛坯,每种毛坯的数量分别不得少于 b_1, b_2, \dots, b_m 根。而每一根钢管截为m种毛坯的方法有n种,每种截法采用 x_i 次,每种截法的边脚余料为 C_1, C_2, \dots, C_n 。那么这个下料问题可归结为如下的数学模型:

设S为剩余边脚料总和:

$$\begin{cases} \min S = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_n X_n \\ a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + \dots + a_{1n} X_n \geq b_1 \\ a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + \dots + a_{2n} X_n \geq b_2 \\ \vdots \\ a_{m1} X_1 + a_{m2} X_2 + \dots + a_{mn} X_n \geq b_m \\ X_1 + X_2 + \dots + X_n = W \\ X_1, X_2, X_3, \dots, X_n \geq 0 \quad X_i \text{ 为整数} \end{cases}$$

$$\text{材料利用率} = 1 - \frac{S}{W \cdot a}$$

a——单根钢管长度

二、优化算法

由于 X_1, X_2, \dots, X_n 必为整数,不可能为非整数,故此问题是一个线性整数规划问题。常用的解法有割平面法和0—1整数规划法。但割平面法只能解决自变量个数为两个的整数规划问题,而0—1规划法自变量只能取0或1。显然,二者均有局限性。由于电子计算机的普遍应用,人们又提出了完全穷举法。但是该法要求把所有可能的下料方案全部列举出来,在自变量个数大于6时,其计算量大得令人难以接受。但在实际工程应用中自变量个数常常在10个左右,甚至更多。因此,必须对完全穷举法进行改进。笔者引用随机穷举法解决了这个问题。由于篇幅所限,此法不做详述,其要点为:利用计算机中的随机函数[RND()]产生一组随机数 x_1, x_2, \dots, x_n ,组成一个可能方案。利用数理统计的知识可以证明:用[RND()]函数产生 10^6 个随机方案,从这 10^6 个随机方案中选出的最优方案与完全穷举法所得出的方案基本相同。但得出随机最优方案只需10秒钟左右的时间,从而巧妙地解决了多变量的优化问题。下面举一个例子来说明该法的具体应用。

三、举例

设料库中有 156 根长度为 180cm 的钢管。由于生产需求和仓库空间有限,要将其全部截为 70cm, 52cm, 35cm 三种不同长度的坯料。且三种坯料的需要量分别不少于 100 根, 150 根, 100 根。问:应采用怎样的截法,才能使余下的边脚料头最少?

解:首先分析一下每根 180cm 的钢管截成三种不同长度的坯料共有多少种截法。经分析,共 8 种截法:列于下表:

截法:	一	二	三	四	五	六	七	八
坯长 70cm	2	1	1	1	0	0	0	0
坯长 52cm	0	2	1	0	3	2	1	0
坯长 35cm	1	0	1	3	0	2	3	5
边脚余料	5	6	23	5	24	6	23	5

第一列 2015 表示 70cm 的坯料截取两根, 52cm 的坯料截取 0 根, 35cm 长的坯料截取 1 根, 边脚余料为 5。假定每种截法采用 x_i 法 ($i=1, 2, \dots, 8$) 那么一个完整的最优下料方案可归结为下列问题: 选择一组数 x_1, x_2, \dots, x_8 , 使边脚余料总长 S 达到最小。

目标函数: $S = 5x_1 + 6x_2 + 23x_3 + 5x_4 + 24x_5 + 6x_6 + 23x_7 + 5x_8$

又根据题给条件, 70cm 的坯料至少为 100 根, 52cm 的至少为 150 根, 35cm 的至少为 100 根, 钢管总数为 156 根。

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 = 156 & \text{①} \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 100 & \text{②} \\ x_1 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 + 3x_7 + 5x_8 \geq 100 & \text{③} \\ 2x_2 + x_3 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 \geq 150 & \text{④} \\ 0 \leq x_i \leq 100 \quad (i=1, \dots, 8) \end{cases}$$

其中 $0 \leq x_i \leq 100$ 由②③④三个条件联立推得。

四、结果分析

笔者用 C 语言编成程序, 计算结果如下:

$x_1 = 38, x_2 = 52, x_3 = 1, x_4 = 34, x_5 = 6, x_6 = 16, x_7 = 2, x_8 = 7, S = 1016$

用时: 10 秒。

利用率 $= 1 - \frac{S}{W \cdot a} = 1 - \frac{1016}{156 \times 180} = 96.4\%$

结果非常理想。

五、改进措施

为了求出精确度很高的“满意解”, 通常要取大量的试验点。为了减少计算量, 可分阶段使用随机穷举法。先取一批少量的点进行试验, 求出“满意解”。若希望更精确一些, 可在“满意解”附近再取一批点进行试验。若有改进, 就取改进值为新的“满意解”。当遇到多变量约束时, 常出现随机点不是可行解的情况。可在程序中加入适当的语句, 只对可行试验点进行计数。

六、小结

随机穷举法可以求解任何整数规划问题, 包括一些其它方法求解的复杂问题。它的计算程序简单, 用户可节省大量的开发软件的时间。同时, 求出的“满意解”是相当可靠的。总之, 对于时间紧迫, 一时又找不到其它有效方法的一些工程问题来讲, 此法不失为一种解整数规划问题的实用方法。